

УДК 622.244.6.05

И.В. Карабельская, И.И. Абызбаев, Н.И. Абызбаев (Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Российская Федерация)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ СКВАЖИН В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СРЕДЕ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

I.V. Karabelskaya, I.I. Abyzbaev, N.I. Abyzbaev (Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russian Federation)

### MODELING OF RESEARCH METHODS OF WELLS IN A PLANE-PARALLEL MEDIUM WITH CYLINDRICAL INCLUSIONS

#### **Введение**

Изучение структурной неоднородности пласта при геофизических поисках глубоко-залегающих полезных ископаемых методом электроразведки, скважинной и межскважинной электроразведки на постоянном токе, включая состояние межскважинного пространства, имеет важное научнотехническое значение. Объемное исследование пластовых систем со сложными геологическими параметрами возможно путем математического моделирования на основе наведенного электромагнитного поля.

#### **Задачи и методы решения**

Разработана математическая модель, описывающая электрические поля, создаваемые точечными источниками тока, с цилиндрическими неоднородностями, электродами и изоляторами; представлен алгоритм понижения размерности задачи. Общее решение данной задачи выполнено по формуле обращения преобразования Фурье, получена двумерная краевая задача, для решения которой использована вторая формула Грина. С помощью преобразования двумерная краевая задача преобразована в одномерную краевую задачу, для которой частное решение находится методом построения функции Грина.

#### **Background**

The study of the reservoir structural heterogeneity in the geophysical prospecting of deep-seated minerals by electric exploring, by well and inter-well electric exploring on direct current, including the state of the inter-well profile, is of great scientific and technical importance. Bulk test of reservoir systems with complex geological parameters may be received by mathematical modeling based on the induced electromagnetic field.

#### **Aims and objectives**

A mathematical model describing electric fields created by point sources of current, with cylindrical inhomogeneities, electrodes and insulators has been developed; an algorithm for reducing the dimension of the problem is presented. The general solution of the given problem is accomplished on the base of the Fourier transform inversion formula, a two-dimensional boundary value problem is obtained, the second Green's formula is used for the solution of this problem. By means of transformations, the two-dimensional boundary value problem is transformed into a one-dimensional boundary value problem for which a particular solution is found by the method of constructing the Green's function.

Интегральное уравнение решено методом Крылова-Боголюбова. Предложен универсальный алгоритм решения задачи, позволяющий рассчитать электрическое поле точечного источника в любой точке пространства.

#### Результаты

Изложен метод решения задачи скважинной и межскважинной электроразведки на постоянном токе в плоскопараллельной среде с цилиндрическими включениями.

Представлены разработанные и апробированные на ЭВМ комбинированные алгоритмы численного анализа электрических полей, описываемых трехмерными нелинейными самосогласованными краевыми задачами в плоскопараллельной среде с цилиндрическими неоднородными включениями, изоляторами и электродами.

The integral equation is solved by the Krylov-Bogolyubov method. A universal algorithm for solving the problem is proposed for calculating the electric field of a point source at any point in the half-space.

#### Results

The method for solving the problem of well and inter-well electric exploring on direct current in a plane-parallel medium with cylindrical inclusions is described.

Combined algorithms for the numerical analysis of electric fields developed by three-dimensional nonlinear self-consistent boundary value problems in a plane-parallel medium with cylindrical inhomogeneous inclusions, insulators and electrodes developed and tested on a computer are presented.

---

**Ключевые слова:** нефтегазовое месторождение, межскважинное пространство, методы скважинной и межскважинной электроразведки, электрические поля постоянного тока, самосогласованная краевая задача, системы со сложными геометрическими параметрами, преобразования Фурье, система интегральных уравнений Фредгольма второго рода, вторая формула Грина

**Key words:** oil and gas field, inter-well space, methods of downhole electrical survey, electric fields of direct current, self-consistent boundary value problem, system with complex geometric parameters, Fourier transform inversion formula, the system of Fredholm integral equations of the second kind, the second Green's formula

---

При исследовании залежей углеводородов нередко возникает необходимость подробного изучения структуры пласта и учета его особенностей. Среди множества методов изучения межскважинного пространства на месторождениях нефти и газа можно выделить методы скважиной электроразведки, в основе которых лежит исследование наведенного электрического поля, путем обработки полученных физических данных можно получить объемную структуру неоднородных пород. Скважинная электроразведка позволяет детально изучить структуру нефтегазового месторождения и учесть возможности осложнений.

С целью получения достоверного численного результата при ограниченных ресурсах вычислительных средств необходимо разработать эффективные алгоритмы. Ос-

новная трудность при этом заключается в трехмерности и многосвязности расчетных областей, нелинейности математических моделей, содержащих в качестве исходных данных гладкие и разрывные функции [1-22].

Для решения задач расчета электрических полей разрабатывались общие и специальные методы математической физики [22-24], которые, как правило, основаны на комбинировании различных вычислительных методов [17-20].

Создана автоматизированная система научных исследований (АСНИ) электрических полей в сложных системах методом вычислительного эксперимента на основе разработанных пакетов прикладных программ (ППП).

АСНИ электрических полей можно использовать в качестве подсистемы САПР электрохимических технологий, электрохими-

ческой защиты металлических сооружений от коррозии и для автоматизированной интерпретации геофизических методов поиска полезных ископаемых, основанных на постоянном электрическом поле [21-25].

В настоящее время имеет место тенденция к созданию систем автоматизированных научных исследований на основе обобщенных математических моделей, универсальных алгоритмов и пакетов прикладных программ.

Рассмотрим полупространство, разделенное плоскими параллельными границами на  $n$  слоев  $\Omega_i$  с удельными электропроводностями  $\sigma_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . В пластах расположено  $m$  параллельных цилиндрических областей.

Электрическое поле, создаваемое источником постоянного тока, расположенным в точке  $M_0(x_0, y_0, 0)$ , описывается следующей краевой задачей:

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial z^2} = \begin{cases} -\frac{1}{\sigma_i} \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \delta(z), & i=i_0 \\ 0, & i \neq i_0, \quad i = 1, 2, \dots, n+m; \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial U_i}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad -\infty < x < \infty, y \geq 0; \quad (2)$$

$$U_i \Big|_{\gamma_i} = U_j \Big|_{\gamma_i}, \quad \sigma_i \frac{\partial U_i}{\partial n_i} \Big|_{\gamma_i} = \sigma_j \frac{\partial U_j}{\partial n_i} \Big|_{\gamma_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n+m; \quad (3)$$

$$U_i \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty; \quad i = 1, 2, \dots, n+m; \quad (4)$$

где  $I$  - сила тока от источника  $M_0$ ;

$\delta$  - дельта-функция Дирака,

$i_0$  - область, в которой расположен источник тока  $M_0$ ,

$\gamma_i$  - граница области  $\Omega_i$ ,

$\vec{n}_i$  - внешняя нормаль к  $\gamma_i$ .

Область симметрична по  $z$ , поэтому можно воспользоваться косинус-преобразованием Фурье. Умножим (1) - (4) на  $\cos pz$  и проинтегрируем по  $z$  от 0 до  $\infty$ . Тогда получим двумерную краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial y^2} - p^2 \bar{U}_i = \begin{cases} -\frac{1}{2\sigma_{i_0}} \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \delta(z-z_0), & i=i_0 \\ 0, & i \neq i_0, \quad i=1,2,\dots,n+m; \end{cases} \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad (6)$$

$$\bar{U}_i|_{S_i} = \bar{U}_j|_{S_i}, \quad \sigma_i \left. \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial n_i} \right|_{S_i} = \sigma_j \left. \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial n_i} \right|_{S_i}, \quad i=1,2,\dots,n+m; \quad (7)$$

$$\bar{U}_i \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty, \quad i=1,2,\dots,n+m; \quad (8)$$

где  $\bar{U}(x, y, p) = \int_0^\infty U(x, y, z) \cos p z dz$ ;

$S_i$  - граница области, образованной сечением плоскостью  $z = \text{const}$  либо цилиндрической области  $\Omega_i$ , либо плоскости  $y = y_i$ .

Для решения полученной задачи используем вторую формулу Грина [18]:

$$\iint_{\Omega} (v L \bar{u} - \bar{u} L v) ds = \int_{\Gamma} (v \frac{\partial \bar{u}}{\partial N} - \bar{u} \frac{\partial v}{\partial N}) dl, \quad (9)$$

где  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial N} = \sigma \frac{\partial \bar{u}}{\partial n}$ ,

$\Gamma$  - сумма контуров, ограничивающих область  $\Omega$ .

В качестве вспомогательной функции  $v$  возьмем функцию  $G$ , которая является решением следующей краевой задачи:

$$L G_i = \frac{\partial^2 G_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G_i}{\partial y^2} - p^2 G_i = -\frac{1}{2\sigma_{i_0}} \delta(x-x_0) \delta(y-y_0), \quad i=1,\dots,n; \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial G_1}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad (11)$$

$$G_i|_{y=y_i} = G_{i+1}|_{y=y_i}, \quad \sigma_i \frac{\partial G_i}{\partial n_i} \Big|_{y=y_i} = \sigma_{i+1} \frac{\partial G_{i+1}}{\partial n_i}, \quad i = 1, \dots, n-1; \quad (12)$$

$$G_i \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty; \quad i = 1, \dots, n. \quad (13)$$

Тогда (9) примет вид:

$$-\frac{I}{2} \beta G(Q, M_0) + \frac{1}{2} \gamma \bar{U}(Q) = \int_{\Gamma} [G(Q, M_l) \frac{\partial \bar{U}(M_l)}{\partial N} - \bar{U}(M_l) \frac{\partial G(Q, M_l)}{\partial N}] dl, \quad (14)$$

$$\text{где } \beta = \begin{cases} 1, & M_0 \in \Omega, \\ 1/2, & M_0 \in \Gamma, \\ 0, & M_0 \notin S \cup \Gamma, \end{cases}$$

$$\text{где } \gamma = \begin{cases} 1, & Q \in \Omega, \\ 1/2, & Q \in \left\{ \sum_{i=1}^n y_i \right\}, \\ 0, & Q \notin \Omega. \end{cases}$$

Учитывая условия (6), (7), (11), (12), нетрудно показать, что интегралы по  $\{y_i^{\pm}\}_{i=1}^n$  и  $\{y=0\}$  равны нулю. Далее

$$\begin{aligned} \int_{S_i} [G_i \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial N} - \bar{U}_i \frac{\partial G_i}{\partial N}] dl &= \int_{S_i^-} [G_i \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial N^-} - \bar{U}_i \frac{\partial G_i}{\partial N^-}] dl + \int_{S_i^+} [G_i \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial N^+} - \bar{U}_i \frac{\partial G_i}{\partial N^+}] dl = \\ &= \left. \begin{aligned} \frac{\partial G_i}{\partial N^-} &= \sigma_k \frac{\partial G_i}{\partial n_i} \\ \frac{\partial G_i}{\partial N^+} &= -\sigma_i \frac{\partial G_i}{\partial n_i}, \end{aligned} \right| = \int_{S_i} (\sigma_i - \sigma_k) \bar{U}_i \frac{\partial G_i}{\partial n} dl, \end{aligned}$$

где  $K$ - область, смежная с  $i$ -областью.

Таким образом, получаем выражение для функции  $\bar{U}$  в любой точке  $Q$ :

$$\gamma \bar{U}(Q) - 2 \sum_{i=1}^m \int_{S_i} (\sigma_i - \sigma_K) \bar{U}_i(M_l) \frac{\partial G(Q, M_l)}{\partial n} dl = \beta IG(Q, M_0). \quad (15)$$

Если  $Q \in S_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , то  $\gamma = 1$  и (15) представляет собой систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Численное решение системы (15) можно получить, например, эффективным методом Крылова-Боголюбова [26].

Общее решение задачи (1) - (4) определяем по формуле обращения преобразования Фурье:

$$U(x, y, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \bar{U}(x, y, p) \cos pzd p. \quad (16)$$

Рассмотрим применение изложенного метода для случая трехслойной среды с  $l$  цилиндрическим включением во втором слое.

Имеем  $n = 3$ ,  $m = 1$ . Задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода:

$$\bar{U}(Q) - 2 \int_S (\sigma_4 - \sigma_2) \bar{U}(M_l) \frac{\partial G(Q, M_l)}{\partial n} dl = \beta IG(Q, M_0). \quad (17)$$

Вспомогательная функция  $G(Q, M)$  удовлетворяет краевой задаче (10) - (13) при  $n = 3$ . Выберем систему координат так, чтобы источник тока находился на оси  $Oy$ , т.е.  $x_0 = 0$ . Тогда электрическое поле симметрично относительно оси  $Ox$ , и мы можем применить косинус-преобразование Фурье по  $x$ . Задача (10) - (13) преобразуется в одномерную краевую задачу:

$$L \bar{G}_i = \frac{\partial^2 \bar{G}_i}{\partial y^2} - (p^2 + q^2) \bar{G}_i = -\frac{1}{4\sigma_{i0}} \delta(y - y_0), i = 1, 2, 3; \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{G}_1}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad (19)$$

$$\bar{G}_i \Big|_{y=y_i} = \bar{G}_{i+1} \Big|_{y=y_i}; \quad \sigma_i \frac{\partial \bar{G}_i}{\partial y} \Big|_{y=y_i} = \sigma_{i+1} \frac{\partial \bar{G}_{i+1}}{\partial y} \Big|_{y=y_i} \quad (20)$$

$$\overline{G}_3 \rightarrow 0 \text{ при } y \rightarrow \infty ; \quad (21)$$

где

$$\overline{G} = \int_0^{\infty} G \cos qx dx$$

Фундаментальными решениями уравнения (18) являются функции:

$$e^{\alpha y} \text{ и } e^{-\alpha y}, \text{ где } \alpha = \sqrt{p^2 + q^2}.$$

Тогда частное решение уравнения (18) найдем методом построения функции Грина:

$$f(y, y_0) = \frac{1}{8\alpha\sigma_{i_0}} \begin{cases} e^{\alpha(y-y_0)}, & y \leq y_0, \\ e^{\alpha(y_0-y)}, & y \geq y_0. \end{cases}$$

Для построения общего решения задачи (18) - (21) необходимо рассмотреть 3 случая.

1) Пусть  $y_0 < y_1$ . Решение задачи ищем в виде:

$$\overline{G}_1 = a_1 e^{-\alpha y} + b_1 e^{\alpha y} + \frac{1}{8\alpha\sigma_1} \begin{cases} e^{\alpha(y-y_0)}, & y \leq y_0, \\ e^{\alpha(y_0-y)}, & y \geq y_0. \end{cases}$$

$$\overline{G}_2 = a_2 e^{-\alpha y} + b_2 e^{\alpha y},$$

$$\overline{G}_3 = a_3 e^{-\alpha y}. \quad (22)$$

Здесь  $b_3 = 0$  вследствие условия (21).

2) Если  $y_1 \leq y_0 \leq y_2$ , то решение ищем в виде:

$$\begin{aligned} \bar{G}_1 &= a_1 e^{-\alpha y} + b_1 e^{\alpha y}, \\ \bar{G}_2 &= a_2 e^{-\alpha y} + b_2 e^{\alpha y} + \frac{1}{8\alpha\sigma_2} \begin{cases} e^{\alpha(y-y_0)}, & y \leq y_0; \\ e^{\alpha(y_0-y)}, & y \geq y_0; \end{cases} \\ \bar{G}_3 &= a_3 e^{-\alpha y}. \end{aligned} \tag{23}$$

3) Наконец, при  $y_0 > y_2$  решение ищем в виде:

$$\begin{aligned} \bar{G}_1 &= a_1 e^{-\alpha y} + b_1 e^{\alpha y}, \\ \bar{G}_2 &= a_2 e^{-\alpha y} + b_2 e^{\alpha y}, \\ \bar{G}_3 &= a_3 e^{-\alpha y} + \frac{1}{8\alpha\sigma_3} \begin{cases} e^{\alpha(y-y_0)}, & y \leq y_0, \\ e^{\alpha(y_0-y)}, & y \geq y_0. \end{cases} \end{aligned} \tag{24}$$

Произвольные постоянные  $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3$  находим из краевых условий (19), (20). Функцию  $G(Q, M)$  определяем по формуле обращения преобразования Фурье:

$$G = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} G \cos q x dq.$$

Пусть направляющей цилиндра является эллипс:

$$(x-x_k)^2 a^{-2} + (y-y_k)^2 b^{-2} = 1,$$

где  $(x_k, y_k)$  - координаты центра эллипса.

Для построения численного решения интегрального уравнения (17) криволинейный интеграл сведем к определенному интегралу. Перейдем к системе координат:

$$\xi = x_k + a \cos t, \quad \eta = y_k + b \sin t, \quad 0 \leq t < 2\pi.$$

Выполнив необходимые преобразования, получаем:



$$\bar{U}(\varphi) - 2(\sigma_4 - \sigma_2) \int_0^{2\pi} \bar{U}(t) K(t, \varphi) dt = f(\varphi), \quad (25)$$

где

$$K(t, \varphi) = \frac{\partial G}{\partial \eta} a \sin t + \frac{\partial G}{\partial \xi} b \cos t; \quad f(\varphi) = \beta IG(\varphi, \varphi_0) .$$

Интегральное уравнение (25) решаем методом Крылова-Боголюбова, заменив системой линейных алгебраических уравнений:

$$\bar{U}_k - 2(\sigma_4 - \sigma_2) \sum_{m=1}^M \bar{U}_m K_{mk} = f_k, \quad k=1, 2, \dots, M; \quad (26)$$

где

$$\bar{U}_k = \bar{U}(t_k), \quad f_k = f(t_k), \quad t_k = \frac{2k-1}{2}h, \quad h = \frac{2\pi}{M},$$

$$K_{mk} = \int_{t_m - \frac{h}{2}}^{t_m + \frac{h}{2}} K(t, t_k) dt .$$

Решив систему (26), находим приближенные значения функции  $\bar{U}(t)$  в точках  $t = t_k$  ( $k = 1, 2, \dots, M$ ). Решение двумерной задачи (5) - (8) находим по формуле (15), а приближенное решение задачи (1) - (4) по формуле (16), которая при  $z \neq 0$  сводится к интегрированию сильно осциллирующей функции, затрудняющей расчеты. Для преодоления этой трудности воспользуемся формулами наивысшей степени точности [27]

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \bar{U}(x, y, p) \cos pz dp = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \bar{U}(x, y, p) (1 + \cos pz) dp - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \bar{U}(x, y, p) dp_z = I^1 - I^2 .$$

Интеграл  $I^1$  вычисляем по следующей приближенной формуле наивысшей точности [27]:

$$I^1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} X(\xi) (1 + \cos \xi) d\xi \approx \sum_{k=1}^m A_k X(\xi_k), \quad \text{где } \xi = pz, \quad X(\xi) = \frac{1}{z} \bar{U}(x, y, \frac{\xi}{z}),$$

$A_k, \xi_k$  - табулированы в [28].

Интеграл  $I^2$  можно вычислить при помощи механических квадратур:

$$I^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \bar{U}(x, y, p) dp \approx \frac{2}{\pi} \int_0^D \bar{U}(x, y, p) dp \approx \frac{2}{\pi} \sum_{j=1}^N C_j \bar{U}(x, y, p_j), \quad (27)$$

где  $C_j$  - коэффициенты некоторой квадратурной формулы.

Чтобы получить расчеты с заданной точностью, необходимо знать оценки численного решения. Общая погрешность метода складывается из трех погрешностей.

Первая погрешность определяется приближенным методом Крылова-Боголюбова решения интегрального уравнения и зависит от шага  $h$ .

Вторая погрешность определяется заменой несобственного интеграла определенным интегралом в (27), т.е. величиной  $D$ .

Для получения необходимой точности нужно оценить погрешность:

$$\varepsilon = \frac{2}{\pi} \int_D^\infty \bar{U}(x, y, p) dp.$$

При  $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_{n+m}$  получаем полуплоскость  $y \geq 0$ , где решение задачи (5)-(8) имеет вид [16]:

$$\bar{U}_0(x, y, p) = \frac{I}{4\pi\sigma_i} (K_0(pr_0) + K_0(p\bar{r}_0)),$$

где  $K_0(pr_0)$  - функция Макдональда,

$$r_0 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2},$$

$$\bar{r}_0 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y+y_0)^2}.$$

Функция  $K_0(x)$  - убывающая, поэтому можно написать оценку:

$$\bar{U}_0(x, y, p) \leq \frac{I}{2\pi\sigma_i} K_0(pr_0).$$

Когда  $\sigma_i \neq \sigma_j$ , верна оценка:  $\bar{U}(x, y, p) \leq AK_0(pr_0)$ ,

где  $A = \max \left\{ \frac{I}{2\pi\sigma_i} \right\}_{i=1}^{n+m}$ .

Если проинтегрировать это неравенство по  $p$  от  $D$  до  $\infty$  и использовать рекуррентное соотношение для функции  $K_n(x)$ , получим

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{2}{\pi} \int_D^\infty \bar{U}(x, y, p) dp \leq \frac{2A}{\pi} \int_D^\infty K_0(pr_0) dp \leq \frac{2A}{\pi r_0} \int_{Dr_0 \geq 1}^\infty K_0(t) t dt = \\ &= \frac{-2A}{\pi r_0} t K_1(t) \Big|_{Dr_0}^\infty = \frac{2AD}{\pi} K_1(Dr_0) \end{aligned} \quad (28)$$

Полученная оценка позволяет выбрать  $D$  по требуемой точности расчета  $\varepsilon$ , пользуясь графиком функции  $K_1(t)$ .

Третья погрешность определяется формулами численного интегрирования в (27) и зависит от  $N$  - числа узлов формулы.

## Выводы

Предложенный алгоритм решения задачи позволяет рассчитывать поле точечного источника тока в любой точке полупространства, когда источник тока расположен вне цилиндрических включений.

Опираясь на принцип взаимности, можно получить решение задачи вне цилиндрических включений, когда источник тока находится внутри цилиндра.

Таким образом, алгоритм обладает определенной универсальностью.

## Список литературы

1. Долوماتов М.Ю., Карабельская И.В., Ковалева Э.А. Проектирование ИС по свойствам и электронным характеристикам сложных многокомпонентных органических систем // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2014. Т. 10. № 2. С. 68-72.
2. Долوماتов М.Ю., Шуляковская Д.О., Карабельская И.В. Интегральные характеристики спектров сложных молекулярных систем и их информационные свойства // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2015. Т. 11. № 3. С. 113-120.
3. Карабельская И.В. Исследования электрических полей постоянного тока в системах со сложными геометрическими параметрами // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2015. Т. 11. № 1. С. 45-51.
4. Карабельская И.В. Примеры расчета электрических полей при электрохимической защите трубопроводов от коррозии // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2015. Т. 11. № 2. С. 23-29.
5. Карабельская И.В., Абызбаев И.И. Методы расчета электрических полей при электрохимической защите трубопроводов от коррозии в неоднородных и клиновидных средах // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2015. Т. 11. № 4. С. 25-33.
6. Карабельская И.В., Абызбаев И.И., Ахметов И.В., Майский Р.А., Янченко С.В. Моделирование методов исследования скважин на основе обобщенной формулы Грина // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. 2016. Вып. 2 (104). С. 18-27.
7. Карабельская И.В., Абызбаев И.И., Лысенков А.В., Абызбаев Н.И., Газизов А.А. Моделирование методов исследования скважин на основе формирования системы эквивалентных интегральных уравнений // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. 2016. 3 (105). С. 59-71.
8. Карабельская И.В., Абызбаев И.И., Ахметов И.В. Обобщенная функция Грина // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2016. Т. 12. № 2. С. 29-34.
9. Иванов В.Т., Болотнов А.М., Гадилова Ф.Г., Кильдибекова Г.Я., Кризский В.Н., Надергулов И.У., Карабельская И.В. Комплекс программно-алгоритмического обеспечения численных исследований электрических полей в некоторых

## References

1. Dolomatov M.Yu., Karabel'skaya I.V., Kovaleva E.A. Proektirovanie IS po svoistvam i elektronnykh kharakteristikam slozhnykh mnogokomponentnykh organicheskikh sistem [Design of Information Systems on the Properties of the Electronic Characteristics of Complex Multicomponent Organic Systems]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy - Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 2014, T. 10, No. 2, pp. 68-72. (in Russ.).
2. Dolomatov M.Yu., Shulyakovskaya D.O., Karabel'skaya I.V. Integral'nye kharakteristiki spektrov slozhnykh molekulyarnykh sistem i ikh informatsionnye svoistva [Integral characteristics of the spectra of complex molecular systems and their information properties]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy - Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 2015, T. 11, No. 3, pp. 113-120. (in Russ.).
3. Karabel'skaya I.V. Issledovaniya elektricheskikh polei postoyannogo toka v sistemakh so slozhnykh geometricheskimi parametrami [Studies of the Electric Fields of Direct Current in Systems with Complex Geometric Parameters]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy - Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 2015, T. 11, No. 1, pp. 45-51. (in Russ.).
4. Karabel'skaya I.V. Primery rascheta elektricheskikh polei pri elektrokhimicheskoi zashchite truboprovodov ot korrozii [Examples of Calculation of the Electric Fields at an Electrochemical Protection of Pipelines against Corrosion]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy - Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 2015, T. 11, No. 2, pp. 23-29. (in Russ.).
5. Karabel'skaya I.V., Abyzbaev I.I. Metody rascheta elektricheskikh polei pri elektrokhimicheskoi zashchite truboprovodov ot korrozii v neodnorodnykh i klinovidnykh sredakh [Methods for Calculating Electric Fields in Electrochemical Protection of Pipelines against Corrosion in Inhomogeneous Media and Wedge]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy - Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 2015, T. 11, No. 4, pp. 25-33. (in Russ.).

сложных системах // Известия вузов: Электромеханика. 1987. № 11. С. 21-26.

10. Иванов В.Т., Болотнов А.М., Гадилова Ф.Г., Кильдибекова Г.Я., Кризский В.Н., Надергулов И.У., Карабельская И.В. Комплекс программно-алгоритмического обеспечения численных исследований электрических полей в некоторых сложных системах // I Всесоюзная конф. по теоретической электротехнике: тез. докл. Ташкент, 1987. С. 34-35.

11. Болотнов А.М., Иванов В.Т., Кильдибекова Г.Я., Карабельская И.В. Методы расчета трехмерных краевых задач для эллиптических уравнений в многосвязных областях с цилиндрическими границами. Деп. в ВИНТИ 4.12.86. № 8870. В 86. Уфа: БГУ, 1986. 49 с.

12. Ураков А.Р., Карамов В.И., Карабельская И.В. Исследования автомобильных процессов нестационарной ЭХО // Современная электротехнология в машиностроении: сб. трудов Всеросс. науч.-техн. конф. Тула, 1997. С. 161-162.

13. Иванов В.Т., Гусев В.Г., Фокин А.Н. Оптимизация электрических полей, контроль и автоматизация гальванообработки. М.: Машиностроение, 1986. 211 с.

14. Андреев И.Н. Коррозия металлов и их защита. Казань: Татарское кн. изд-во, 1979. 120 с.

15. Заборовский А.И. Электроразведка. М.: Гостехнефиздат, 1948.

16. Дахнов В.Н. Электрические и магнитные методы исследования скважин. М.: Недра, 1981. 334 с.

17. Козырин А.К. Электрическая корреляция разрезов скважин. М.: Недра, 1985.

18. Иванов В.Т., Масютина М.С. Методы решения прямых и обратных задач электрокаротажа. М.: Наука, 1983. 143 с.

19. Иванов В.Т. Некоторые проблемы вычислительной математики применительно к расчетам электрических полей в электрохимических системах; препринт докл. Президиуму БФАН СССР. Уфа: БФАН СССР, 1983. 39 с.

20. Самарский А.А. Проблемы применения вычислительной техники // Вестник АН СССР. 1984. № 11. С. 17-29.

21. Иванов В.Т. Методы расчета трехмерных электрических полей в электролитах // Краевые задачи математической физики и их приложения. Уфа: БФАН СССР, 1976. С. 18-53.

22. Иванов В.Т., Глазов Н.П., Махмутов М.М. Расчет трехмерных электрических полей в неоднородной среде с протяженными тонкими цилиндрическими электродами // Электричество. 1985. № 6. С. 48-52.

23. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1982. 271 с.

24. Дмитриев В.И. Захаров Е.В. Метод решения задач электродинамики неоднородных сред // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1970. № 6. С. 1458-1464.

25. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. М.: Физматгиз, 1962. 708 с.

6. Karabel'skaya I.V., Abyzbaev I.I., Akhmetov I.V., Maiskii R.A., Yanchenko S.V. Modelirovanie metodov issledovaniya skvazhin na osnove obobshchennoi formuly Grina [Modeling of Well Survey Methods Based on Generalized Green's Formula]. *Problemy sbora, podgotovki i transporta nefi i nefteproduktov - Problems of Gathering, Treatment and Transportation of Oil and Oil Products*, 2016, Issue 2 (104), pp. 18-27. (in Russ.).

7. Karabel'skaya I.V., Abyzbaev I.I., Lusenkov A.V., Abyzbaev N.I., Gazizov A.A. Modelirovanie metodov issledovaniya skvazhin na osnove formirovaniya sistemy ekvivalentnykh integral'nykh uravnenii [Modeling Methods of Wells on the Basis of Formation Equivalent Integral Equation]. *Problemy sbora, podgotovki i transporta nefi i nefteproduktov - Problems of Gathering, Treatment and Transportation of Oil and Oil Products*, 2016, Issue 3 (105), pp. 59-71. (in Russ.).

8. Karabel'skaya I.V., Abyzbaev I.I., Akhmetov I.V. Obobshchennaya funktsiya Grina [Generalized Green's Formula Integral Representation for Solution]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye kompleksy i sistemy - Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 2016, T. 12, No. 2, pp. 29-34. (in Russ.).

9. Ivanov V.T., Bolotnov A.M., Gadilova F.G., Kil'dibekova G.Ya., Krizskii V.N., Nadergulov I.U., Karabel'skaya I.V. Kompleks programmno-algoritmicheskogo obespecheniya chislennykh issledovaniy elektricheskikh polei v nekotorykh slozhnykh sistemakh [Complex Software and Algorithmic Support of Numerical Studies of Electric Fields in Some Complex Systems]. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika. - Proceedings of the Universities. Electromechanics*, 1987, No. 11, pp. 21-26. (in Russ.).

10. Ivanov V.T., Bolotnov A.M., Gadilova F.G., Kil'dibekova G.Ya., Krizskii V.N., Nadergulov I.U., Karabel'skaya I.V. Kompleks programmno-algoritmicheskogo obespecheniya chislennykh issledovaniy elektricheskikh polei v nekotorykh slozhnykh sistemakh [Complex Software and Algorithmic Support of Numerical Studies of Electric Fields in Some Complex Systems]. *Tezisy dokladov I Vsesoyuznoi. konferentsii po teoreticheskoi elektrotekhnike* [Thesis of Reports of I All-Russian Conference on Theoretical Electrotechniques]. Tashkent, 1987, pp. 34-35. (in Russ.).

11. Bolotnov A.M., Ivanov V.T., Kil'dibekova G.Ya., Karabel'skaya I.V. *Metody rascheta trekhmernykh kraevykh zadach dlya ellipticheskikh uravnenii v mnogosvyaznykh oblastiakh s tsilindricheskimi granitsami* [Methods for Calculating the Three-Dimensional Boundary Value Problems for Elliptic Equations in Multiply Connected Domains with Cylindrical Boundaries]. Dep. v VINITI 4.12.86. No. 8870. V 86. Ufa, BGU, 1986. 49 p. (in Russ.).

12. Urakov A.R., Karamov V.I., Karabel'skaya I.V. Issledovaniya avtomodel'nykh protsessov nestatsionarnoi EKHO [Analysis of Self-Similar Processes are Non-Stationary ECHO]. *Sbornik trudov Vserossiiskoi nauchno-technicheskoi konferentsii*

26. Бобрик А.И., Михайлов В.Н. Решение некоторых задач для уравнения Пуассона с граничными условиями IV рода // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1974. № 1. С. 126-134.

27. Крылов В.И., Скобля Н.С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа. М.: Наука, 1974, 224 с.

28. Крылов В.И., Кругликова Л.Г. Справочная книга по численному гармоничному анализу. Минск: Наука и техника, 1968, 168 с.

«Sovremennaya elektrotehnologiya v mashinostroenii» [Collection of Works of the All-Russian Scientific-Technical Conference «Modern Electro-technology in Machinery»]. Tula, 1997, pp. 161-162. (in Russ.).

13. Ivanov V.T., Gusev V.G., Fokin A.N. *Optimizatsiya elektricheskikh polei, kontrol' i avtomatizatsiya gal'vanoobrabotki* [Optimization of Electric Fields, Control and Automation Galvanic Treatment Plants]. Moscow, Mashinostroenie, 1986. 211 p. (in Russ.).

14. Andreev I.N. *Korroziya metallov i ikh zashchita* [Metal Corrosion and its Protection]. Kazan', Tatarskoe kn. izd-vo, 1979. 120 p. (in Russ.).

15. Zaborovskii A.I. *Elektrorazvedka* [Electric Survey]. Moscow, Gostekhnefizdat, 1948. (in Russ.).

16. Dakhnov V.N. *Elektricheskie i magnitnye metody issledovaniya skvazhin* [Electrical and Magnetic Methods of Well Exploration]. Moscow, Nedra, 1981. 334 p. (in Russ.).

17. Kozyrin A.K. *Elektricheskaya korrelyatsiya razrezov skvazhin* [Electric Correlation of Well Sections]. Moscow, Nedra, 1985. (in Russ.).

18. Ivanov V.T., Masyutina M.S. *Metody resheniya pryamykh i obratnykh zadach elektrokarotazha* [Methods of Solving Direct and Inverse Problems of Electrical Logging]. Moscow, Nauka, 1983. 143 p. (in Russ.).

19. Ivanov V.T. *Nekotorye problemy vychislitel'noi matematiki primenitel'no k raschetam elektricheskikh polei v elektrokhimicheskikh sistemakh* [Some Problems of Computational Mathematics Applied to Calculation of Electric Fields in Electrochemical Systems]. Preprint dokl. Prezidiumu BFAN SSSR. Ufa, BFAN SSSR, 1983. 39 p. (in Russ.).

20. Samarskii A.A. Problemy primeneniya vychislitel'noi tekhniki [Problems of Applying Computer Technology]. *Vestnik AN SSSR - Herald of the USSR AS*. 1984, No. 11, pp. 17-29. (in Russ.).

21. Ivanov V.T. *Metody rascheta trekhmernykh elektricheskikh polei v elektrolitakh* [Methods for Calculating Three-Dimensional Electric Fields in Electrolytes]. *Kraevye zadachi matematicheskoi fiziki i ikh prilozheniya - Boundary Value Problems of Mathematical Physics and their Applications*. Ufa, BFAN SSSR, 1976, pp. 18-53. (in Russ.).

22. Ivanov V.T., Glazov N.P., Makhmutov M.M. *Raschet trekhmernykh elektricheskikh polei v neodnorodnoi srede s protyazhennymi tonkimi tsilindricheskimi elektrodami* [Three-Dimensional Electric Fields in an Inhomogeneous Medium with Long Thin Cylindrical Electrodes]. *Elektrichestvo - Electricity*, 1985, No. 6, pp. 48-52. (in Russ.).

23. Samarskii A.A. *Vvedenie v chislennyye metody* [Introduction to Numerical Methods]. Moscow, Nauka, 1982. 271 p. (in Russ.).

24. Dmitriev V.I., Zakharov E.V. *Metody resheniya zadach elektrodinamiki neodnorodnykh sred* [Methods for Solving Problems in Electrodynamics of Inhomogeneous Media]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki - Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1970, No. 6, pp. 1458-1464. (in Russ.).

25. Kantorovich L.V., Krylov V.I. *Priblizhennyye metody vysshego analiza* [Approximate Methods of Higher Analysis]. Moscow, Fizmatgiz, 1962. 708 p. (in Russ.).

26. Bobrik A.I., Mikhailov V.N. Reshenie nekotorykh zadach dlya uravneniya Puassona s granichnymi usloviyami IV roda [Solution of Some Problems for the Poisson Equation with Boundary Conditions of Kind IV]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki - Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1974, No.1, pp. 126-134. (in Russ.).

27. Krylov V.I., Skoblya N.S. *Metody priblizhennogo preobrazovaniya Fur'e i obrashheniya preobrazovaniya Laplasya* [Methods for the Approximate Fourier Transform and Inversion of the Laplace Transform]. Moscow, Nauka, 1974, 224 p. (in Russ.).

28. Krylov V.I., Kruglikova L.G. *Spravochnaya kniga po chislennomu garmonichnomu analizu* [Reference Book on Numerical Harmonic Analysis]. Minsk, Science and Technology, 1968, 168 p. (in Russ.).

#### Авторы

• Карабельская Ирина Владимировна  
Уфимский государственный  
нефтяной технический университет  
Доцент кафедры «Разработка  
и эксплуатация нефтяных и газовых  
месторождений»  
Российская Федерация, 450062, г. Уфа,  
ул. Космонавтов, 1  
тел. (347) 243-09-34  
e-mail: karabelskaya@yandex.ru

• Абызбаев Ибрагим Измаилович, д-р техн. наук  
Уфимский государственный  
нефтяной технический университет  
Профессор кафедры «Разработка  
и эксплуатация нефтяных и газовых  
месторождений»  
Российская Федерация, 450062, г. Уфа,  
ул. Космонавтов, 1  
тел. (347) 243-09-34  
e-mail: shaura505@mail.ru

• Абызбаев Никита Ибрагимович  
Уфимский государственный нефтяной  
технический университет  
Студент кафедры «Разработка  
и эксплуатация нефтяных и газовых  
месторождений»  
Российская Федерация, 450062, г. Уфа,  
ул. Космонавтов, 1  
тел. 8 9874946986  
e-mail: nik.abyzbaev@mail.ru

#### The Authors

• Karabelskaya Irina V.  
Ufa State Petroleum Technological University  
Assistant Professor of Oil and Gas Fields Design  
and Exploitation Department  
1, Kosmonavtov str., Ufa, 450062,  
Russian Federation  
tel: (347) 243-09-34  
e-mail: karabelskaya@yandex.ru

• Abyzbaev Ibragim I., Doctor of Technical  
Sciences  
Ufa State Petroleum Technological University  
Professor of Oil and Gas Fields Design  
and Exploitation Department  
1, Kosmonavtov str., Ufa, 450062, Russian Federation  
tel: (347) 243-09-34  
e-mail: shaura505@mail.ru

• Abyzbaev Nikita I.  
Ufa State Petroleum Technological University  
Student of Oil and Gas Fields Design and  
Exploitation Department  
1, Kosmonavtov str., Ufa, 450062,  
Russian Federation  
tel: 8 9874946986  
e-mail: nik.abyzbaev@mail.ru