

DOI: 10.17122/ntj-oil-2019-2-39-46
УДК 622.276.1/.4

С.С. Мирошниченко (Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, г. Ижевск, Российская Федерация),
К.А. Сидельников (ЗАО «Ижевский нефтяной научный центр», г. Ижевск, Российская Федерация), **А.Н. Краснов** (Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Российская Федерация)

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ НИЗКОГО УРОВНЯ ДЛЯ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Sergey S. Miroshnichenko (Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation), **Konstantin A. Sidelnikov** (Izhevsk Petroleum Research Center JSC, Izhevsk, Russian Federation),
Andrey N. Krasnov (Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia)

BUILDING A LOW-LEVEL MODEL FOR TWO-PHASE FILTRATION

Введение

В статье предлагается метод построения моделей низкого уровня для двухфазной фильтрации, основанный на комбинации конечно-разностного решения и детализированной пространственной аппроксимации, обеспечивающий возможность применения аппроксимирующих моделей для решения задач оптимального управления эксплуатационными параметрами нефтяного пласта. Рассматривается объединенное движение двух фаз: смачивающая и несмачивающая жидкости.

Цели и задачи

Процесс двухфазной фильтрации является нестационарным для несжимаемости жидкостей и порового пространства. Изменяются насыщенности фаз и меняются коэффициенты относительной проницаемости фаз при движении жидкостей. Поэтому и при постоянных интенсивностях источников жидкостей поле давления в пласте будет изменяться во времени.

Background

The article proposes a method for constructing low-level models for two-phase filtration based on a combination of a finite-difference solution and a detailed spatial approximation, which makes it possible to use approximating models for solving problems of optimal control of operational parameters of an oil reservoir. The combined motion of two phases is considered: wetting and non-wetting liquids.

Aims and Objectives

The two-phase filtration process is non-stationary for incompressibility of liquids and pore space. The phase saturations change and the relative permeability coefficients of the phases change as the fluids move. Therefore, at constant intensities of sources of liquids, the pressure field in the reservoir will vary with time.

Для построения приближенного решения, основанного на моделях низшего уровня, предлагается следующий подход. Рассматриваемая область разбивается на более крупные блоки, что позволяет быстро провести расчет на основе конечно-разностного метода. Пространственная детализация основывается на радиальных аппроксиматорах, связанных с рассчитанными параметрами укрупненных блоков.

Результаты

Получено распределение расчетом конечно-разностным методом на сетке 256x256. Выявлено, что по сравнению с начальным периодом процесса произошло существенное заводнение пласта.

Представлены результаты сопоставления, из которых следует, что аппроксимация водонасыщенности имеет подробно пространственную детализацию. Показано изменение водонасыщенности в среднем сечении области.

Представленный способ построения моделей низкого уровня для двухфазной фильтрации, на основе сочетания конечно-разностного решения и детализированной аппроксимации, выявил осуществимость и приемственность использования аппроксимирующих моделей для решения проблем рационального экспериментального управления параметрами нефтяного пласта.

To construct an approximate solution based on lower-level models, the following approach is proposed. The considered area is divided into larger blocks, which allows to quickly carry out the calculation based on the finite-difference method. Spatial detailing is based on radial approximators associated with the calculated parameters of the integrated blocks.

Results

The distribution is obtained by calculation by the finite difference method on a 256x256 grid. It is revealed that, compared with the initial period of the process, there was a significant flooding of the reservoir.

The results of the comparison are presented, from which it follows that the approximation of water saturation has detailed spatial detailing. The change in water saturation in the middle section of the region is shown.

The presented method for constructing low-level models for two-phase filtration, based on a combination of a finite-difference solution and a detailed approximation, revealed the feasibility and continuity of using approximating models to solve the problems of rational experimental control of oil reservoir parameters.

Ключевые слова: модели низкого уровня; пространственная аппроксимация; оптимальное управление; двухфазная фильтрация; нефтяной пласт

Key words: low-level models; spatial approximation; optimal control; two-phase filtration; oil reservoir

Рассматривается совместное движение двух фаз: смачивающей и несмачивающей жидкостей [1-6]. В этом случае имеются четыре неизвестных переменных и, соответственно, четыре уравнения: два дифференциальных и два алгебраических [1].

$$\nabla \left(h(\mathbf{r}) \lambda_f(\mathbf{r}) (\nabla P_f - \gamma_f \nabla Z(\mathbf{r})) \right) = h(\mathbf{r}) \frac{\partial (\phi S_f / B_f)}{\partial t} - h(\mathbf{r}) Q_f(t, \mathbf{r}), \quad (1)$$

$$P_o - P_w = P_c, S_w + S_o = 1,$$

где $f = \{w, o\}$ - индексы для смачивающей и несмачивающей фаз; S_f - насыщенность порово-

го объема f фазой; P_c - капиллярное давление. Считается, что между S_f и P_c имеется функциональная зависимость.

Обозначим индексом $H = \overline{1, N_B}$ номер крупного блока, а индексом $m = \overline{1, M_H}$ номер мелкого блока (исходной ячейки разностной сетки). Параметры в соответствующих блоках $U = (P_f, S)$ также будут иметь обозначение $U_m, U_H, m = \overline{1, M_H}; H = \overline{1, N_B}$. Индекс $k \in \{i, j\}, i = \overline{1, n_x}; j = \overline{1, n_y}$ относится ко всем ячейкам расчетной области. Для насыщенности оставим обозначение без индекса S , соответствующее водонасыщенности, так как $S_o = 1 - S_w$. Исходной информацией является численное решение уравнений (1) SS методом (совместного решения). Как уже было рассмотрено при описании численного метода, предполагается, что имеются функция $S = F(P_c)$ и соответствующая обратная функция $P_c = F^{-1}(S)$. Тогда уравнения (1), как это проделано в работе [1], примут вид:

$$\begin{aligned} \nabla(h(\mathbf{r})\lambda_w(\mathbf{r}, S)(\nabla P_w - \gamma_w \nabla Z(\mathbf{r}))) + h(\mathbf{r})Q_w(t, \mathbf{r}) &= d_{11} \frac{\partial(P_w)}{\partial t} + d_{12} \frac{\partial(P_o)}{\partial t}, \\ \nabla(h(\mathbf{r})\lambda_o(\mathbf{r}, S)(\nabla P_o - \gamma_o \nabla Z(\mathbf{r}))) + h(\mathbf{r})Q_o(t, \mathbf{r}) &= d_{21} \frac{\partial(P_w)}{\partial t} + d_{22} \frac{\partial(P_o)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициенты матрицы $D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix}$ получены в результате линеаризации зависи-

мостей $B_f(P_f), \varphi(P), S(P_c)$. Коэффициенты $\lambda_f(\mathbf{r}, S) = \mathbf{k}_o(\mathbf{r}) \frac{k_f(S)}{\mu_f}$ вычисляются через коэффициенты относительных проницаемостей $k_f(S)$. Для воды и нефти применяются эмпирические формулы Чень-Чжун-Сяня [2]:

$$\begin{aligned} k_w(S) &= \begin{cases} 0 & | 0 \leq S \leq 0.2 \\ \left(\frac{S - 0.2}{0.8} \right)^{3.5} & | 0.2 < S \leq 1 \end{cases}, \\ k_o(S) &= \begin{cases} \left(\frac{0.85 - S}{0.85} \right)^{2.8} (1 + 2.4S) & | 0 \leq S \leq 0.85 \\ 0 & | 0.85 < S \leq 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Пространственную аппроксимацию будем осуществлять с применением радиальных функций для стационарной фильтрации:

$$G_{jkl} = \frac{1}{2\pi} \begin{cases} -\frac{\ln(\sqrt{\Delta x \Delta y})}{\lambda_{jl}(\mathbf{r}_l, S)}, & | l = k \\ \ln \frac{1}{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l| \lambda_{jk}(\mathbf{r}_k, S)}, & | l \neq k \end{cases}, \quad \delta_{lk} = \begin{cases} 1 & | l = k \\ 0 & | l \neq k \end{cases}.$$

Для построения аппроксимирующей радиальной сети и нахождения коэффициентов $\alpha_l, \beta_l, l = \overline{1, L}$ численно решается стационарное уравнение:

$$\nabla(h(\mathbf{r})\lambda_s(\mathbf{r}, S)(\nabla P_s - \gamma_s \nabla Z(\mathbf{r}))) + h(\mathbf{r})(Q_w(t, \mathbf{r}) + Q_o(t, \mathbf{r})) = 0,$$

где $\lambda_s = \lambda_w + \lambda_o$, $\gamma_s = \frac{\lambda_w \gamma_w + \lambda_o \gamma_o}{\lambda_w + \lambda_o}$ при $S = 0.5$.

Пример расчета распределения стационарного поля давления P_s приведен на рисунке 1.

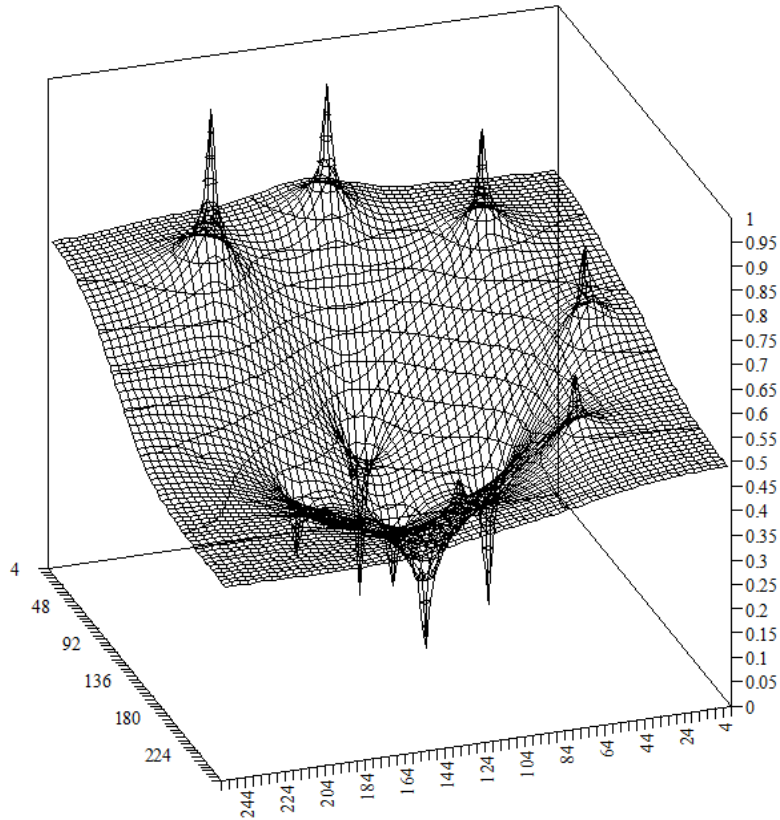


Рисунок 1. Распределение стационарного поля давления P_s

Для каждой ячейки, входящей в крупный блок, имеем аппроксимацию, дающую пространственную детализацию:

$$\begin{aligned} (P_f^a)^m = & \sum_{l=1}^{L_f} [\alpha_{fl} \delta_{il} G_{il} + \beta_{fl} (1 - \delta_{lm}) G_{flm} (|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l|)] q_{fl} \Delta x \Delta y + \\ & \sum_{i=1}^4 \sum_{l=1}^{L_f} \beta_{fl} (1 - \delta_{lm}) G_{flm} (|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l^i|) q_{fl} \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

но эта детализация не привязана к времени и переносу водонасыщенности. Для учета нестационарности на крупной сетке с ячейками H решаются уравнения (2) и (1) с нахождением на

временном шаге значений $P_f^H(t^{n+1}), S^H(t^{n+1})$. Для сохранения материального баланса необходимо выполнение условия

$$\left(S \frac{\varphi}{B_w} \Delta x \Delta y h \right)^H = \sum_{m=1}^{M_H} \left(S \frac{\varphi}{B_w} \Delta x \Delta y h \right)^m. \quad (3)$$

Перепишем уравнение (2) в разностном виде для мелкой сетки

$$\left[\nabla \left(h(\mathbf{r}) \lambda_w(\mathbf{r}, S) (\nabla P_w - \gamma_w \nabla Z(\mathbf{r})) \right) + h(\mathbf{r}) Q_w(t, \mathbf{r}) \right]_m^{n+1} = \left[d_{11} \frac{\Delta P_w}{\Delta t} + d_{12} \frac{\Delta P_o}{\Delta t} \right]_m \quad (4)$$

и для крупной

$$\left[\nabla \left(h(\mathbf{r}) \lambda_w(\mathbf{r}, S) (\nabla P_w - \gamma_w \nabla Z(\mathbf{r})) \right) + h(\mathbf{r}) Q_w(t, \mathbf{r}) \right]_H^{n+1} = \left[d_{11} \frac{\Delta P_w}{\Delta t} + d_{12} \frac{\Delta P_o}{\Delta t} \right]_H, \quad (5)$$

где обозначим $\Delta P_f = P_f^{n+1} - P_f^n$, $\Delta \left(S \frac{\varphi}{B_w} \right) = \left(S \frac{\varphi}{B_w} \right)^{n+1} - \left(S \frac{\varphi}{B_w} \right)^n$.

Просуммируем уравнения (4) внутри каждого крупного блока и с учетом (3) получим уравнения для определения переходных множителей для давлений от крупной сетки к мелкой на данном временном шаге:

$$\omega_w \Delta P_w^H \sum_m (d_{11} \Delta x \Delta y h)^m + \omega_o \Delta P_o^H \sum_m (d_{12} \Delta x \Delta y h)^m = (d_{11} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_w^H + (d_{12} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_o^H,$$

$$\omega_w \Delta P_w^H \sum_m (d_{21} \Delta x \Delta y h)^m + \omega_o \Delta P_o^H \sum_m (d_{22} \Delta x \Delta y h)^m = (d_{21} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_w^H + (d_{22} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_o^H,$$

где $\omega_f = \frac{\Delta P_f^m}{\Delta P_f^H}$.

Из решения этой системы уравнений получим:

$$\omega_w = \frac{\begin{vmatrix} \Delta P_o^H \sum_m (d_{12} \Delta x \Delta y h)^m & (d_{11} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_w^H + (d_{12} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_o^H \\ \Delta P_o^H \sum_m (d_{22} \Delta x \Delta y h)^m & (d_{21} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_w^H + (d_{22} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_o^H \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Delta P_w^H \sum_m (d_{11} \Delta x \Delta y h)^m & \Delta P_o^H \sum_m (d_{12} \Delta x \Delta y h)^m \\ \Delta P_w^H \sum_m (d_{21} \Delta x \Delta y h)^m & \Delta P_o^H \sum_m (d_{22} \Delta x \Delta y h)^m \end{vmatrix}},$$

$$\omega_o = \frac{\begin{vmatrix} \Delta P_w^H \sum_m (d_{11} \Delta x \Delta y h)^m & (d_{11} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_w^H + (d_{12} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_o^H \\ \Delta P_w^H \sum_m (d_{21} \Delta x \Delta y h)^m & (d_{21} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_w^H + (d_{22} \Delta x \Delta y h)^H \Delta P_o^H \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Delta P_w^H \sum_m (d_{11} \Delta x \Delta y h)^m & \Delta P_o^H \sum_m (d_{12} \Delta x \Delta y h)^m \\ \Delta P_w^H \sum_m (d_{21} \Delta x \Delta y h)^m & \Delta P_o^H \sum_m (d_{22} \Delta x \Delta y h)^m \end{vmatrix}}.$$

После вычисления множителей для каждого крупного блока осуществляется пересчет давлений на следующем временном слое:

$$\Delta(P_f^a)^m = (P_f^a)^m(t^{n+1}) - (P_f^a)^m(t^n) = \omega_f \Delta(P_f)^H = \omega_f \left[(P_f)^H(t^{n+1}) - (P_f)^H(t^n) \right],$$

$$(P_f^a)^m(t^{n+1}) = (P_f^a)^m(t^n) + \omega_f \left[(P_f)^H(t^{n+1}) - (P_f)^H(t^n) \right].$$

Водонасыщенность вычисляется на основе аппроксимированных значений для давлений:

$$\Delta \left(S \frac{\varphi}{B_w} \right)^m = (d_{11} \Delta P_w^a + d_{12} \Delta P_o^a)^m, \quad (S)^m(t^{n+1}) = \frac{\left(S \frac{\varphi}{B_w} \right)^m(t^n) + (d_{11} \Delta P_w^a + d_{12} \Delta P_o^a)^m}{\left(\frac{\varphi}{B_w} \right)^m(t^{n+1})}.$$

Рассмотрим результаты аппроксимации на следующем примере. Расчетная область имеет те же самые характеристики, что и в предыдущих примерах. В области задано расположение пяти добывающих скважин и восьми нагнетающих. Нагнетающие скважины окружают добывающий куст.

Как уже отмечалось, стационарное поле давления P_s для обучения радиальной сети представлено на рисунке 1.

Распределение водонасыщенности в момент времени $\bar{t} = 1$ изображено на следующем рисунке 2.

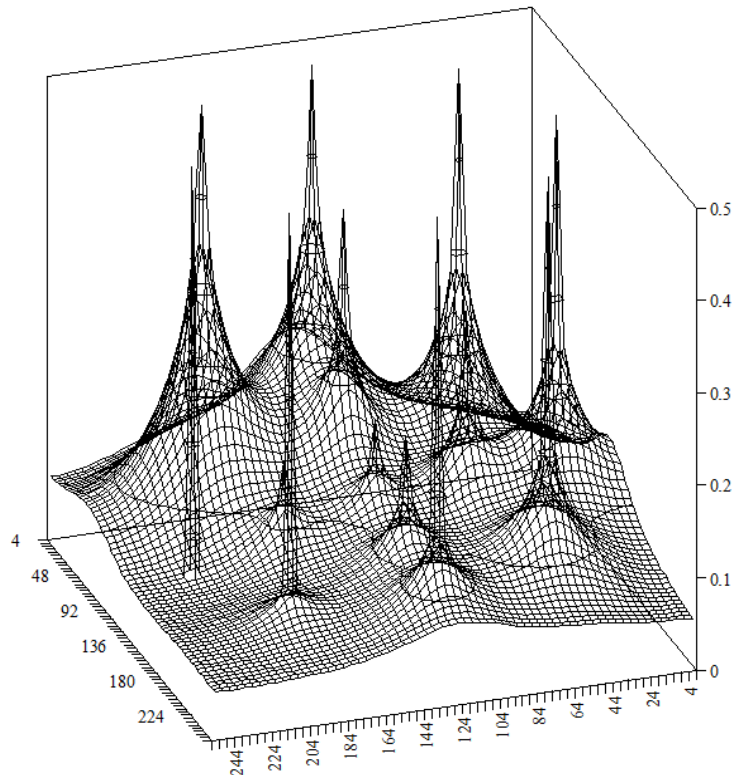


Рисунок 2. Распределение расчетной водонасыщенности в момент времени $\bar{t} = 1$

Это распределение получено расчетом конечно-разностным методом на сетке 256 x 256. Видно, что по сравнению с начальным периодом процесса произошло существенное заводнение пласта. Аппроксимированное распределение водонасыщенности в момент времени $\bar{t} = 1$ приведено на рисунке 3.

Из сопоставления рисунков 2 и 3 следует, что аппроксимация водонасыщенности выявляет подробно пространственную детализацию. Это также иллюстрируется рисунком 4, на котором показано изменение водонасыщенности в среднем сечении расчетной области.

Зависимость 1 соответствует расчетным значениям, полученным конечно-разностным методом. Зависимость 2 является результатом аппроксимации. Зависимость 3 получена конечно-разностным методом на крупноблочной сетке 16 x 16.

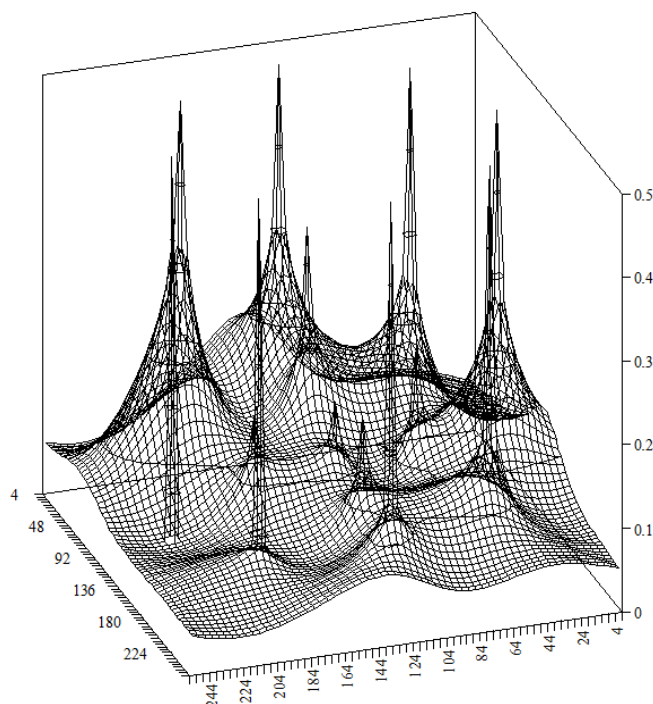


Рисунок 3. Распределение аппроксимированной водонасыщенности в момент времени $\bar{t} = 1$

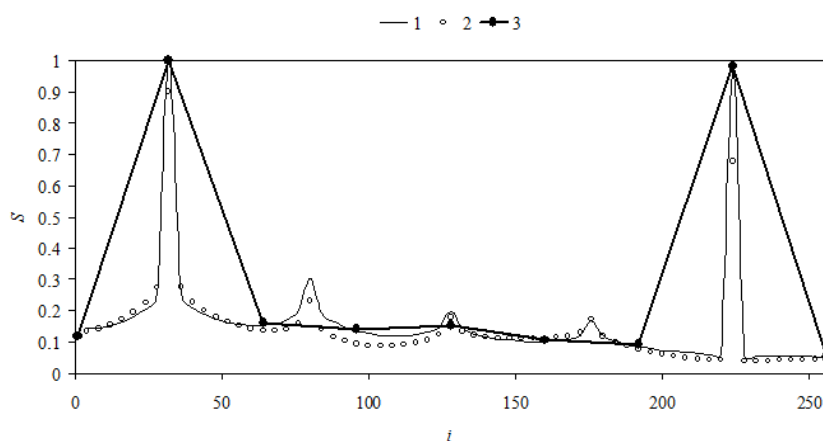


Рисунок 4. Изменение водонасыщенности в среднем сечении расчетной области

Выводы

Предложенный метод построения моделей низкого уровня для двухфазной фильтрации, основанный на комбинации конечно-разностного решения и детализиро-

ванной пространственной аппроксимации, обеспечил возможность применения аппроксимирующих моделей для решения задач оптимального управления эксплуатационными параметрами нефтяного пласта.

Список литературы

1. Michael J. Economides, Kenneth G. Nolte. Reservoir Stimulation. Wiley, USA, 2000, 856 p.
2. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982. 432 с.
3. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 416 с.
4. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.
5. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 128 с.
6. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 416 с.

Авторы

- Мирошниченко Сергей Сергеевич
Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова
Аспирант кафедры дистанционного обучения
Российская Федерация, 426069, г. Ижевск,
ул. Студенческая, 7
e-mail: lurokpro@gmail.com
- Сидельников Константин Анатольевич
ЗАО «Ижевский нефтяной научный центр»
Главный специалист отдела контроля энергетического состояния пластов
Российская Федерация, 426008, г. Ижевск,
ул. Свободы, 175
e-mail: KASidelnikov@udmurtneft.ru
- Краснов Андрей Николаевич, канд. техн. наук
Уфимский государственный нефтяной технический университет
Доцент кафедры автоматизации технологических процессов и производств
Российская Федерация, 450062, г. Уфа,
ул. Космонавтов, 1
e-mail: ufa-znanie@mail.ru

References

1. Michael J. Economides, Kenneth G. Nolte. Reservoir Stimulation. USA, Wiley, 2000. 856 p.
2. Yevtushenko Yu.G. *Metody resheniya ehkstremaal'nyh zadach i ih primeneniye v sistemah optimizacii*. [Methods for Solving Extremal Problems and Their Application in Optimization Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 432 p. [in Russian].
3. Basniev K.S., Kochina I.N., Maksimov V.M. *Podzemnaya gidromekhanika* [Underground Hydrodynamics]. Moscow, Nedra Publ., 1993. 416 p. [in Russian].
4. Korn G.A., Korn T.M. *Spravochnik po matematike dlya nauchnyh rabotnikov i inzhenerov* [Math Handbook for Scientists and Engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 832 p. [in Russian].
5. Kanevskaya R.D. *Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh processov razrabotki mestorozhdenij uglevodorodov* [Mathematical Modeling of Hydrodynamic Processes of Hydrocarbon Deposit Development]. Izhevsk, 2003. 128 p. [in Russian].
6. Aziz K., Settari A. *Matematicheskoe modelirovanie plastovykh sistem* [Mathematical Modeling of Reservoir Systems]. Moscow-Izhevsk, Computer Research Institute, 2004. 416 p. [in Russian].

The Authors

- Miroshnichenko Sergey S.
Kalashnikov Izhevsk State Technical University
Post-graduate Student of Distance Learning Department
7, Studencheskaya str., Izhevsk, 426069,
Russian Federation
e-mail: lurokpro@gmail.com
- Sidelnikov Konstantin A.
Izhevsk Petroleum Research Center JSC
Chief Specialist of Reservoirs Energy State Department
175, Svobody str., 426008, Izhevsk,
Russian Federation
e-mail: KASidelnikov@udmurtneft.ru
- Krasnov Andrey N., Candidate of Engineering Sciences
Ufa State Petroleum Technological University
Associate Professor of Automation of Technological Processes and Industrial Facilities Department
1, Kosmonavtov str., Ufa, 450062,
Russian Federation
e-mail: ufa-znanie@mail.ru