

DOI: 10.17122/ntj-oil-2019-6-87-104

УДК 622.692.4:532.529.5

Р.Г. Шагиев (Государственное автономное научное учреждение
«Институт стратегических исследований Республики Башкортостан»,
г. Уфа, Российская Федерация)

ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ШЕРОХОВАТЫХ ТРУБАХ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОЛИМЕРНЫХ ДОБАВОК

Rustam G. Shagiev (State Autonomous Scientific Department
Institute of Strategic Researches of Republic of Bashkortostan,
Ufa, Russian Federation)

HYDRAULIC RESISTANCE OF TURBULENT FLOWS IN ROUGH PIPES USING DRAG REDUCING AGENTS

Введение

Прогнозирование градиента давления и оценка гидравлического сопротивления турбулентных течений имеют большое промышленное значение. В литературе практически не имеется исследований по расчету снижения гидравлического сопротивления с помощью полимерных добавок для турбулентных течений в шероховатых трубах.

Цели и задачи

Расчет гидравлического сопротивления турбулентных течений в шероховатых трубах с использованием полимерных добавок.

Методы

Математическое моделирование и численные расчеты определения коэффициента гидравлического сопротивления в шероховатых трубах с использованием противотурбулентных присадок.

Результаты

Проведен обзор работ по оценке снижения гидравлического сопротивления полимерными добавками в шероховатых трубах.

Background

Prediction of the pressure gradient and estimation of the hydraulic resistance of turbulent flows are of great industrial importance. In the literature, there are practically no studies on calculating the reduction in hydraulic resistance using polymer additives for turbulent flows in rough pipes.

Aims and Objectives

Calculation of hydraulic resistance of turbulent flows in rough pipes using polymer additives.

Methods

Mathematical modeling and numerical calculations of determining the hydraulic resistance coefficient in rough pipes using drag reducing agents.

Results

A review of the works on the calculation of the decrease in hydraulic resistance by polymer additives in rough pipes is carried out.

Приведены сравнительный анализ расчетов по различным методикам коэффициента гидравлического сопротивления и сопоставление с имеющимися в литературе экспериментальными данными.

A comparative analysis of calculations based on various methods of hydraulic resistance coefficient and comparison with the available experimental data in the literature are presented.

Ключевые слова: гидравлическое сопротивление; противотурбулентные присадки; шероховатые трубы; математические модели; сравнительный анализ

Key words: hydraulic resistance; drag reducing agents; rough pipes; mathematical models; comparative analysis

Прогнозирование градиента давления и оценка гидравлического сопротивления трубопроводов имеют большое промышленное значение для транспортировки жидкостей. Для применения технологии снижения гидравлического сопротивления с помощью полимерных добавок в трубопроводах инженерам-технологам необходим надежный способ оценки коэффициента трения, особенно в шероховатых трубах. К сожалению, такой формулы в литературе не имеется. В фундаментальных исследованиях коэффициент трения в шероховатых трубах также представляет особый интерес, поскольку он предлагает возможность делать выводы о структуре пристенного течения на основе сравнительно простых измерений коэффициента трения. Таким образом, случай шероховатой поверхности важен как в практическом применении, так и в фундаментальных исследованиях механизма снижения гидравлического сопротивления потоков.

Prediction the pressure gradient and estimation the hydraulic resistance of pipelines are of great industrial importance for transporting liquids. To apply the technology of hydraulic resistance reducing by polymer additives in pipelines, process engineers need a reliable way to estimate the friction coefficient, especially in rough pipes. Unfortunately, such a formula is not available in the literature. In basic research, the friction coefficient in rough pipes is also of particular interest, since it offers the opportunity to draw conclusions about the structure of the wall flow based on relatively simple measurements of the friction coefficient. Thus, the case of a rough surface is important both in practical application and in fundamental studies of the mechanism for reducing the hydraulic resistance of flows.

Среди экспериментальных работ по течениям полимерных жидкостей в шероховатых трубах отметим работы J.G. Spangler [1], H. Brandt [2], P.S. Virk 1971 [3], Ю.Ф. Ивановы и Л.А. Чекаловой [4], P.M. Debrule [5] Работа J. Rozanski [6] посвящена исследованию течений растворов поверхностно-активных веществ (ПАВ) в шероховатых трубах.

Among the experimental works on the flows of polymer liquids in rough pipes, the works of J.G. Spangler [1], H. Brandt [2], P.S. Virk 1971 [3], Yu.F. Ivanyuta and L.A. Chekalova [4], P.M. Debrule [5] can be noted. The work of J. Rozanski [6] is devoted to the study of flows of surface-active substances (surfactants) solutions in rough pipes.

В работе [1] представлены результаты экспериментов и расчетов коэффициентов трения течений растворов полимеров в равномерно шероховатых трубах. Наступление «полностью шероховатых» эффектов в растворах полимеров наблюдается при более высоких числах Рейнольдса, чем в чистой воде, что соответствует прогнозам, основанным на эффекте утолщения вязкого подслоя полимерными добавками. Коэффициенты трения для раствора полимера меньше, чем для чистой воды в переходном режиме шероховатости. В полностью шероховатом режиме снижение сопротивления не реализуется. Данные анализируются на основе функции шероховатости, основанной на воздействии полимера и шероховатости на пристенный профиль скорости.

В работе P.S. Virk 1971 [3] было исследовано снижение гидравлического сопротивления разбавленного водного раствора четырех полиэтиленовых оксидов и одного полиакриламида, с молекулярными массами соответственно $0,1 \cdot 10^6$, $8 \cdot 10^6$ и $13 \cdot 10^6$. Эксперименты проводились в одной гладкой трубе и в трех трубах с песчаной шероховатостью, с относительными шероховатостями R/k , равными 15, 23, 35, при внутреннем диаметре $\sim 0,34$ см.

Установлено, что порог снижения сопротивления в шероховатых трубах происходит при том же касательном напряжении сдвига, что и в гладкой трубе, при этом пороговое напряжение сдвига практически не зависит от концентрации полимера. Изменение происходит обратно пропорционально квадрату радиуса инерции молекул полимера, и не зависит от режима течения, гидравлически гладкого, переходного или полностью шероховатого.

Выше порога снижения сопротивления относительное увеличение скорости потока

$$S_F = \left(\sqrt{\frac{f_S}{f_P}} - 1 \right)_{Re_S \sqrt{f}} \quad \text{при заданной скорости}$$

трения, полученное для раствора полимера в шероховатой трубе, было таким же, как относительное увеличение скорости потока в гладкой трубе, несмотря на различия в соот-

In [1], the results of experiments and calculations of the friction coefficients of the flows of polymer solutions in uniformly rough pipes are presented. The onset of «completely rough» effects in polymer solutions is observed in solutions with higher Reynolds numbers than in pure water, which coincide with forecasts based on the effect of thickening the viscous sublayer by polymer additives. The friction coefficients for a polymer solution are lower than for pure water in a transient roughness regime. In a completely rough mode, a decrease in resistance is not realized. Data are analyzed based on the roughness function based on the effects of polymer and roughness on the wall velocity profile.

In the work of P.S. Virk 1971 [3] the decrease in hydraulic resistance of a dilute aqueous solution of four polyethylene oxides and one polyacrylamide, with molecular weights of $0.1 \cdot 10^6$, $8 \cdot 10^6$, and $13 \cdot 10^6$, respectively was investigated. The experiments were carried out in one smooth pipe and in three pipes with a sand roughness, with relative roughnesses R/k equal to 15, 23, 35, with an inner diameter of ~ 0.34 cm.

It has been established that the onset of drag reduction in rough pipes occurs at the same shear stress as in a smooth pipe, while the threshold shear stress is practically independent of the polymer concentration. The change occurs inversely to the square of the radius of inertia of the polymer molecules, and does not depend on the flow regime, hydraulically smooth, transitional, or completely rough.

Above the onset of drag reduction, the relative increase in the flow velocity

$$S_F = \left(\sqrt{\frac{f_S}{f_P}} - 1 \right)_{Re_S \sqrt{f}} \quad \text{at a given friction velocity}$$

obtained for the polymer solution in a rough pipe was the same as the relative increase in the flow velocity in a smooth pipe, despite the differ-

ветствующих «шероховатых» и «гладких» коэффициентах трения. Этот «эффективно гладкий режим» преобладает для значений

безразмерной шероховатости $k^+ = \frac{u_* k}{\nu}$ в

диапазоне $k^{+*} < k^+ < k_{ES}^+$ от порога снижения гидравлического сопротивления k^{+*} до верхнего предела $k_{ES}^+ = 50$ для всех проведенных экспериментов. Для $k^+ > k_{ES}^+$ величина относительного увеличения скорости потока S_F в шероховатых трубах всегда меньше, чем в гладких трубах, и является функцией относительной шероховатости, а также параметров потока и параметров полимера. Максимальное снижение сопротивления в шероховатых трубах ограничено асимптотой, не зависящей от параметров полимеров. При асимптотических условиях коэффициенты трения во всех шероховатых трубах одинаково подчинялись коэффициенту трения гладкой трубы для $k^+ < 12$. Порог снижения сопротивления при шероховатости $k^+ < 12$ указывает, что максимальная толщина вязкого подслоя, достигаемая при снижении сопротивления, примерно в 2,5 раза больше ньютоновской.

Экспериментам по течению ньютоновских жидкостей с полимерными добавками в трубах с искусственной шероховатостью посвящены работы E. Koury, P.S. Virk [7], H-W. Bewersdorff и соавторов [8, 9]. Работа C. Huang и J. Wei [10] посвящена исследованию течений растворов ПАВ в трубах с микрорифленной поверхностью.

В работе [7] установлено, что максимальное уменьшение сопротивления, наблюдаемое в трубе с риблетами, не зависит от концентрации полимера и значительно ниже асимптотического максимального уменьшения сопротивления, наблюдаемого в гладкой трубе.

В работе [8] влияние шероховатой поверхности на снижение сопротивления полимерных растворов изучено измерениями перепада давления в шероховатой трубе. Показано, что порог снижения сопротивле-

ences in the corresponding «rough» and «smooth» friction coefficients. This «effectively smooth mode» prevails for values of dimension-

less roughness $k^+ = \frac{u_* k}{\nu}$ in the range

$k^{+*} < k^+ < k_{ES}^+$ from the threshold of lowering

the hydraulic resistance k^{+*} to the upper limit $k_{ES}^+ = 50$ for all experiments. For $k^+ > k_{ES}^+$ the value of the relative increase S_F in the flow rate in rough pipes is always lower than in smooth pipes, it is a function of relative roughness, as well as flow parameters and polymer parameters. The maximal drag reduction in rough pipes is limited by an asymptote independent of the parameters of the polymers. Under asymptotic conditions, the friction coefficients in all rough pipes were equally subordinate to the smooth pipe friction coefficient for $k^+ < 12$. The threshold for a decrease in resistance at roughness $k^+ < 12$ indicates that the maximal thickness of a viscous sublayer achieved by a decrease in resistance is approximately 2.5 times greater than Newtonian.

The works of E. Koury, P.S. Virk [7], H-W. Bewersdorff et al. [8, 9], are devoted to experiments on the flow of Newtonian fluids with polymer additives in pipes with artificial roughness. The work of C. Huang and J. Wei [10] is devoted to the study of flows of surfactant solutions in grooved pipes.

In [7] it was established that the maximal decrease in resistance observed in a pipe with riblets does not depend on the polymer concentration and is significantly lower than the asymptotic maximal decrease in resistance observed in a smooth pipe.

In [8] the influence of a rough surface on a decrease in the resistance of polymer solutions was studied by measuring the pressure drop in a rough pipe. It was shown that the on-

ния для однородного разбавленного раствора полимера в шероховатой трубе происходит при том же напряжении сдвига, что и в гладкой трубе того же диаметра. Кроме того, максимальное снижение сопротивления почти одинаково в обоих типах труб.

В работе [9] для турбулентных потоков жидкостей, снижающих сопротивление, представлены измерения перепада давления и профиля скорости. Исследование было проведено для двух шероховатых труб, с шероховатостями типов «к» и «d». Результаты сравниваются с результатами, полученными в гидравлически гладкой трубе того же диаметра.

Пространственное расположение элементов шероховатости в трубе определяет параллельный сдвиг в упругом подслое и в основной области безразмерного профиля турбулентной скорости. Наклоны профилей скорости в этих регионах остаются незатронутыми расположением, которое указывает на то, что гидродинамическое воздействие шероховатости ограничивается пристенной областью. Уменьшение сопротивления растворов поверхностно-активных веществ продемонстрировало уменьшение сопротивления как в гладких, так в шероховатых трубах больше, чем максимальная асимптота уменьшения сопротивления Вирка. Для этого раствора не было обнаружено влияние шероховатости на турбулентность, когда высота безразмерной шероховатости в вязких единицах была меньше 12.

Большое количество работ посвящено расчетам коэффициента трения ньютоновских жидкостей в шероховатых трубах, среди которых отметим работу С. Colebrook и С. White [11], в которой была получена неявная формула для коэффициента трения в шероховатой трубе ньютоновских жидкостей в переходном режиме течения:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \log \left[\frac{1,26}{\text{Re} \sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3,7D} \right], \quad (1)$$

где ε - размер шероховатости.

set of drag reduction for a homogeneous dilute polymer solution in a rough pipe occurred at the same shear stress as in a smooth pipe of the same diameter. In addition, the maximal decrease in resistance was almost the same in both types of pipes.

In [9], measurements of pressure drop and velocity profile are presented for turbulent flows of liquids reducing resistance. The study was conducted for two rough pipes, with roughness types «k» and «d». The results are compared with the results obtained in a hydraulically smooth pipe of the same diameter.

The spatial arrangement of the roughness elements in the pipe determines a parallel shift in the elastic sublayer and in the main region of the dimensionless turbulent velocity profile. The slopes of the velocity profiles in these regions remain unaffected by the location, which indicates that the hydrodynamic effect of the roughness is limited to the near-wall area. A decrease in the resistance of surfactant solutions demonstrated a decrease in the resistance in both smooth and rough pipes more than the maximal asymptote of the decrease in the Virk resistance. For this solution, the effect of roughness on turbulence was not detected when the height of the dimensionless roughness in viscous units was less than 12.

A large number of works are devoted to calculating the coefficient of friction of Newtonian fluids in rough pipes, among which we note the work of С. Colebrook and С. White [11], in which an implicit formula was obtained for the coefficient of friction in a rough pipe of Newtonian fluids in a transitional flow regime:

where ε is the roughness size.

В настоящее время существует большое количество модификаций этой формулы, в т.ч. явных, например [12].

Среди работ по оценке гидравлического сопротивления ньютоновских жидкостей в гладких трубах при наличии полимерных добавок отметим работу [13], где было получено следующее неявное уравнение для определения коэффициента трения Фаннинга:

$$f^{-1/2} = (4,0 + \Delta) \cdot \log(\text{Re} \cdot f^{1/2}) - 0,4 - \Delta \cdot \log\left(\left(\text{Re} \cdot f^{1/2}\right)^*\right). \quad (2)$$

До настоящего времени разработано небольшое количество методов расчета коэффициента гидравлического сопротивления при течении ньютоновских жидкостей в шероховатых трубах с полимерными добавками.

В первую группу моделей входят работы, использующие функцию шероховатости, полученную в результате обработки экспериментальных данных Дж. Никурадзе [14], приведенную в монографии Г. Шлихтинга [15]. Среди работ данного типа укажем работы М. Poreh 1970 [16], В.А. Иоселевича 1973 [17], Н.Г. Васецкой с соавторами 1970 [18], Л.И. Седова с соавторами 1974 [19], Н.Н. Голунова [20].

Во вторую группу входят работы, не использующие функцию шероховатости Никурадзе. Среди работ указанного типа отметим работу S. Yang и G. Dou 2010 [21].

В третью группу входят работы, использующие комбинацию формул, полученных для течения полимерных жидкостей в гидравлически гладких трубах и ньютоновских жидкостей в шероховатых трубах. Основным требованием к формулам указанного типа является требование, чтобы они выполнялись в предельных случаях, т.е. при отсутствии добавки или при шероховатости.

Среди работ указанного типа отметим работы Hansen [22] и Ю.А. Альтшуля [23].

Несколько особняком является работа [24], где полимерный раствор предполагается time independent степенной жидкостью.

В работе М. Poreh 1970 [16] была разработана модель, описывающая влияние

Currently, there are a large number of modifications of this formula, including explicit ones, for example [12].

Among the works on estimating the hydraulic resistance of Newtonian fluids with polymer additives in smooth pipes, we note the work [13], where the following implicit equation for determining the Fanning friction coefficient was obtained:

To date, a small number of methods have been developed for calculating the coefficient of hydraulic resistance during the flow of Newtonian fluids in rough pipes with polymer additives.

The first group of models includes the works using the roughness function obtained as a result of processing experimental data by J. Nikuradze [14], presented in the monograph by G. Schlichting [15]. Among the works of this type, we can note the works of M. Poreh 1970 [16], V.A. Ioselevich 1973 [17], N.G. Vasetskaya et al. 1970 [18], L.I. Sedova et al. 1974 [19], N.N. Golunova [20].

The second group includes the works that do not use the Nikuradze roughness function. Among the works of this type, we note the work of S. Yang and G. Dou 2010 [21].

The third group includes works using a combination of formulas obtained for the flow of polymer fluids in hydraulically smooth pipes and Newtonian fluids in rough pipes. The main requirement for formulas of the indicated type is the requirement that they should be fulfilled in limiting cases, i.e. in the absence of additives or with roughness.

Among the works of this type, we note the works of Hansen [22] and Yu.A. Altshul [23].

Somewhat special is the work [24], where a polymer solution is assumed to be time independent power-law fluid.

In work of M. Poreh 1970 [16], a model describing the effect of roughness on the de-

шероховатости на снижение гидравлического сопротивления полимерными добавками. Модель основана на предположении, что влияние шероховатости проявляется независимо от того, используются или не используются полимерные добавки, и может быть использована как для однородной, так и для не однородной шероховатости.

Результаты расчетов коэффициента трения на основе разработанной модели находятся в хорошем соответствии с экспериментальными результатами.

Для однородной шероховатости при наличии полимерных добавок распределение скорости можно выразить следующим выражением:

$$u/V^* = A \log(zV^*/\nu) + B + DB \quad (3)$$

или

or

$$u/V^* = A \log \left[z/V^* V^*/V_{crit}^{\alpha/A} \right] + B - G. \quad (4)$$

Асимптотическое значение параметра G :

Asymptotic value of the parameter G :

$$G_{as} = A \log \left[kV^*/\nu V^*/V_{crit}^{\alpha/A} \right] - 3,0. \quad (5)$$

Таким образом, функция G варьируется от 0 при $k/\delta \rightarrow 0$ до G_{as} при больших значениях k/δ .

Thus, the function G varies from 0 for $k/\delta \rightarrow 0$ to G_{as} for large values k/δ .

$$u/V^* = A \log \left[z/V^* V^*/V_{crit}^{\alpha/A} \right] - G_{as} p(k/\delta), \quad (6)$$

где

where

$$p(k, \delta) = 0, k/\delta < 0,29, \\ p(k, \delta) = 0,16 [11,6(k/\delta) - 3,35] - 0,026 [11,6(k/\delta) - 3,35]^2 / [5,75 \log(11,6(k/\delta)) - 3,0],$$

$$p(k, \delta) = 5,75 \log \left[11,6 \frac{k}{\delta} - 2,0 - 17,4 / (11,6 \frac{k}{\delta} \delta^{1/2}) \right] - 3,0 / [5,75 \log(11,6(k/\delta) - 3,0)],$$

$$0,29 < k/\delta < 1,729 ;$$

$$1,729 < k/\delta . \quad (7)$$

а δ определяется из уравнения:

and δ is determined from the equation:

$$\delta V^* / \nu = A \log(\delta V^* / \nu) + B + \alpha (\log V^* / V_{crit}^*) . \quad (8)$$

Параметр DB в уравнении (3), описывающий комбинированный эффект полимерных добавок и шероховатости:

The parameter DB in equation (3) describing the combined effect of polymer additives and roughness:

$$DB = \alpha \log(V^* / V_{crit}^*) - G_{as} p(k / \delta) = Du^+ - G_{as} p(k / \delta) . \quad (9)$$

Однако использование подхода Пореха не адекватное. В этой связи в работе [25] были сделаны корректирующие замечания для адекватного использования подхода Пореха. В ответной статье [26] вместо (7) было предложено следующее выражение:

However, the use of the Porech approach is not adequate. In this regard, corrective remarks were made in [25] for the adequate use of the Porech approach. In the response article [26], instead of (7), the following expression was proposed:

$$p(k / \delta) = \left[1 - \exp \left\{ -0,3(w - 3,35) \right\} \right] (0,53 + 0,014w),$$

$$0,29 < k / \delta < 1,729$$

$$w = 11,63k / \delta . \quad (10)$$

Используя (3), (5) и (9), получим окончательное выражение для профиля скорости:

Using (3), (5) and (9), we obtain the final expression for the velocity profile:

$$u / V^* = A \log z V^* / \nu + B + \alpha \log V^* / V_{crit}^* - \left\{ A \log \left[k V^* / \nu V^* / V_{crit}^* \alpha / A \right] - 3,0 \right\} p k / \delta . \quad (11)$$

Коэффициент гидравлического сопротивления Дарси-Вейсбаха:

Darcy-Weisbach hydraulic resistance coefficient:

$$\lambda = 8 \left(V^* / \bar{V} \right)^2 , \quad (12)$$

где средняя скорость

where the average speed is

$$\bar{V} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi u(r) r dr, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r u(r) dr = \\ &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r V^* \left[A \log((R-r) \mathcal{V}^* / \nu) + B + \alpha \log(V^* / V_{crit}^*) - \left\{ A \log \left[(kV^* / \nu) (V^* / V_{crit}^*)^{\alpha/A} \right] - 3.0 \right\} p(k / \delta) \right] dr \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\bar{V}}{V^*} = \left(\frac{8}{\lambda} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

$$\frac{RV^*}{\nu} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\lambda}{8} \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (15), получим неявное уравнение для определения коэффициента гидравлического сопротивления при использовании полимерных добавок в шероховатых трубах:

Substituting (16) into (15), we obtain an implicit equation for determining the hydraulic resistance coefficient when using polymer additives in rough pipes:

$$\frac{1}{\lambda_p^{1/2}} = \bar{A} \log(\text{Re} \lambda_p^{1/2}) + \bar{B} + \alpha \log(V^* / V_{crit}^*) / 8^{1/2} - \left\{ A \log \left[(kV^* / \nu) (V^* / V_{crit}^*)^{\alpha/A} \right] - 3.0 \right\} p(k / \delta) / 8^{1/2}, \quad (17)$$

где $\bar{A} = 2,0$ и $\bar{B} = -0,8$.

where $\bar{A} = 2,0$ and $\bar{B} = -0,8$.

Коэффициент гидравлического сопротивления без использования полимерных добавок в шероховатых трубах определяется из следующего уравнения:

The coefficient of hydraulic resistance without the use of polymer additives in rough pipes is determined from the following equation:

$$\frac{1}{\lambda_0^{1/2}} = \bar{A} \log(\text{Re} \lambda_0^{1/2}) + \bar{B} - \left\{ A \log \left[(kV^* / \nu) \right] - 3.0 \right\} p(k / \delta) / 8^{1/2}. \quad (18)$$

где $\bar{A} = 2,0$ и $\bar{B} = -0,8$.

where $\bar{A} = 2,0$ and $\bar{B} = -0,8$.

В работе В.А. Иоселевича и В.Н. Пилипенко 1973 [17] приведен профиль скорости в гладкой трубе:

In the work of V.A. Ioselevich and V.N. Pilipenko 1973 [17] the velocity profile in a smooth pipe was showed:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{1}{2} \ln[1 + k(\eta - \eta_0)] + \eta_0, \quad \eta > \eta_0, \\ \bar{u} &= u / v_*, \quad \eta = v_* y / \nu, \quad \eta_0 = v_* \delta_0 / \nu, \quad v_* = (\tau_w / \rho)^{1/2}. \end{aligned} \quad (19)$$

При $\eta \gg \eta_0$ выражение (19) переходит в B At $\eta \gg \eta_0$ expression (19) goes into

$$\bar{u} = \frac{1}{\kappa} \ln \eta + B, \quad B = 5,5, \quad (20)$$

где where

$$B \cong \eta_0 + \frac{1}{k} \ln k, \quad k = 0,4. \quad (21)$$

Профиль скорости в шероховатой трубе: Rough tube velocity profile:

$$\bar{u} = \frac{1}{\kappa} \ln \eta + B^*. \quad (22a)$$

При $\xi > \xi_2$ At $\xi > \xi_2$

$$B^* = B + \left(8,5 - B - \frac{1}{k} \ln \xi\right). \quad (22b)$$

Во всех трех режимах In all three modes

$$B^* = B + \vartheta \left(8,5 - B - \frac{1}{k} \ln \xi\right). \quad (23)$$

где $\xi = v_* h / \nu$ - число Рейнольдса шероховатости, where $\xi = v_* h / \nu$ is the Reynolds number of roughness,

$$\vartheta = \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{\ln \xi / \xi_1}{\ln \xi_2 / \xi_1} \right), \quad (24)$$

$$\xi_1 < \xi < \xi_2, \quad \xi_1 = \alpha_1 \eta_0, \quad \xi_2 = \alpha_2 \eta_0, \quad (25)$$

$$\alpha_1 = 0,29, \quad \alpha_2 = 11,5, \quad \xi_1 = 2,25, \quad \xi_2 = 90.$$

Профиль скорости при использовании полимерных добавок в гладкой трубе: Speed profile when using polymer additives in a smooth pipe:

$$\bar{u} = \frac{1}{\kappa} \ln \eta + 5,5 + A \ln(\xi / \xi_p), \quad \xi = v_* h / \nu. \quad (26)$$

В этой формуле V_{*p} соответствует порогу снижения гидравлического сопротивления. Параметр A зависит от концентрации и молекулярных характеристик растворенного полимера.

При использовании полимерных добавок в шероховатой трубе:

$$\vartheta = \left[\sin \left(\frac{\pi \ln \xi / \xi_1}{2 \ln \xi_2 / \xi_1} \right) \right]^\gamma, \quad \gamma = 1 + \beta(B - 5,5), \quad (27)$$

$$B = 5,5 + A \ln(\xi / \xi_p), \quad \xi_p = v_{*p} h / \nu. \quad (28)$$

Результирующее уравнение для профиля скорости в шероховатой трубе при наличии полимерных добавок имеет вид:

$$\bar{u} = \frac{1}{k} \ln \eta + B + A \ln(\xi / \xi_p) + \vartheta^\lambda \left(3,0 - \frac{1}{k} \ln \xi - A \ln(\xi / \xi_p) \right). \quad (29)$$

Сравнение этого уравнения с уравнением (3) свидетельствует об их идентичности, за исключением аналитических выражений функций p и \mathcal{G}^λ .

Коэффициент гидравлического сопротивления с использованием полимерных добавок в шероховатых трубах определяется из следующего уравнения:

$$\frac{1}{\lambda_0^{1/2}} = \bar{A} \log(\text{Re } \lambda_0^{1/2}) + \bar{B} + \alpha \ln \left(\frac{V^*}{V_{crit}^*} \right) - \left\{ A \log \left[\left(kV^* / \nu \right) \right] - 3,0 \right\} \mathcal{G}^{1+\beta \alpha \ln \left(\frac{V^*}{V_{crit}^*} \right)} / 8^{1/2}, \quad (30)$$

где $\bar{A} = 2,0$ и $\bar{B} = -0,8$.

Результаты работы Н.Г. Васецкой и В.А. Иоселевича 1970 [18] свидетельствуют, что при турбулентном течении слабых растворов полимерных растворов следует различать три режима - без проявления шероховатости, переходный режим и режим с полным проявлением шероховатости. Влияние полимерных добавок, в основном, сво-

In this formula V_{*p} corresponds to the threshold of lowering the hydraulic resistance. The parameter A depends on the concentration and molecular characteristics of the dissolved polymer.

When using polymer additives in a rough pipe:

The resulting equation for the velocity profile in a rough pipe in the presence of polymer additives is:

A comparison of this equation with equation (3) indicates their identity, with the exception of the analytical expressions of the functions p and \mathcal{G}^λ .

The coefficient of hydraulic resistance using polymer additives in rough pipes is determined from the following equation:

where $\bar{A} = 2,0$ and $\bar{B} = -0,8$.

The results of work of N.G. Vasetskaya and V.A. Ioselevich 1970 [18] indicate that in the turbulent flow of weak solutions of polymer solutions, three modes should be distinguished – without manifestation of roughness, a transition regime, and a regime with a complete manifestation of roughness. The effect of polymer addi-

дится к смещению переходной области и области полного проявления шероховатости в сторону больших чисел Рейнольдса. В режиме полного проявления шероховатости сопротивление при течении слабых полимерных растворов практически совпадает с величиной сопротивления при турбулентном течении полимерных растворов в чистом растворителе (некоторое повышение сопротивления при турбулентном течении полимерных растворов может наблюдаться при высокой степени шероховатости). При практическом использовании полимерных добавок необходимо учитывать увеличение скорости деструкции при обтекании раствором шероховатой поверхности.

В работе [24] была получена эмпирическая формула для прогнозирования гидравлического сопротивления $\lambda = f(\text{Re}^*)$ течений слабых растворов полимеров в гладких и шероховатых трубах, которая была проверена на экспериментальных данных автора и других исследователей. При этом поведение слабых растворов полимеров описывалось степенным уравнением, хотя хорошо известно, что при столь малых концентрациях растворов макромолекул их поведение не отличается от поведения чистого растворителя.

В работах Hansen [22] и Ю.А. Альтшуля [23] была предложена следующая комбинация уравнений (1) и (2):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \log \left[\frac{1,26}{\text{Re} \sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3,7D} \right] - \delta \log \left[\frac{1}{\text{Re} \sqrt{f}} \right] - \delta \log \left[\sqrt{2D} \frac{v_{\tau \text{crit}}}{v} \right], \quad (31)$$

где

$$\delta = df / d \log \text{Re} f^{1/2} - 4;$$

$$\delta = \kappa(c / M)^{1/2} N^{3/2};$$

$k = 70 \cdot 10^{-6}$ - модуль наклона, характеризующий систему «полимер - растворитель»;

$$v_{\tau \text{crit}} = (\tau_{w \text{crit}} / \rho)^{1/2} - \text{критическая}$$

динамическая скорость;

$$\tau_{w, \text{onset}} = \Omega_T R_G^{-n}, \quad 2 < n < 3 - \text{касатель-}$$

tives mainly reduces a shift in the transition area and the area of complete manifestation of roughness toward large Reynolds numbers. In the regime of complete manifestation of roughness, the resistance during the flow of weak polymer solutions practically coincides with the resistance during the turbulent flow of polymer solutions in a pure solvent (a slight increase in resistance during the turbulent flow of polymer solutions can be observed at a high degree of roughness). In the practical use of polymer additives, it is necessary to take into account the increase in the rate of destruction when the solution flows around a rough surface.

In [24], an empirical formula for predicting the hydraulic resistance $\lambda = f(\text{Re}^*)$ of flows of weak polymer solutions in smooth and rough pipes was obtained, and it was tested on experimental data of the author and other researchers. The behavior of weak polymer solutions was described by a power equation, although it is well known that at such low concentrations of macromolecule solutions their behavior does not differ from the behavior of a pure solvent.

In the works of Hansen [22] and Yu.A. Altshul [23] the following combination of equations (1) and (2) was proposed:

where

$$\delta = df / d \log \text{Re} f^{1/2} - 4;$$

$$\delta = \kappa(c / M)^{1/2} N^{3/2};$$

$k = 70 \cdot 10^{-6}$ - slope modulus, which characterizes the polymer - solvent system;

$v_{\tau \text{crit}} = (\tau_{w \text{crit}} / \rho)^{1/2}$ - critical dynamic speed;

$\tau_{w, \text{onset}} = \Omega_T R_G^{-n}, \quad 2 < n < 3$ - shear stress of the beginning of the decrease in hy-

ное напряжение начала снижения гидравлического сопротивления;

R_G - радиус гирации макромолекул полимера;

$R_G \approx aN^{1/2}$ (более точная формула $R_G \approx aN^{3/5}$);

$N = M / M_0$ - количество звеньев макромолекулы;

M, M_0 - молекулярная масса макромолекулы и мономера, кг/кмоль;

a - длина мономера;

Ω_T - параметр, зависящий от вида полимера и растворителя (на основании обработки экспериментальных данных различных авторов по полиэтиленоксиду $\Omega_T = 4,4 \cdot 10^6$).

Некоторые результаты

В настоящее время имеется незначительная информация об экспериментах с полимерными добавками в шероховатых трубах [1, 3, 5].

Из указанных экспериментальных данных следует, что при больших числах Рейнольдса гидравлическая эффективность полимеров $DR = \frac{\lambda_0 - \lambda_p}{\lambda_0} = \frac{f_0 - f_p}{f_0}$ в шероховатых трубах уменьшается.

Из анализа расчетных данных, полученных по уравнениям М. Порех [16] и В.А. Иоселевич, В.Н. Пилипенко [17], следует, что указанные модели качественно описывают это обстоятельство.

Что касается модели типа Hansen [22] и Ю.А. Альштуля [23], то при $Re \rightarrow \infty$ $DR(Re, \varepsilon) \rightarrow 0$, что является первым свидетельством неадекватности этой модели.

В качестве доказательства этого обстоятельства приведем расчетные данные по экспериментам J.G. Spangler [1] (рисунок 1) и расчетные данные на реальном нефтепроводе (рисунок 2).

draulic resistance;

R_G - gyration radius of polymer macromolecules;

$R_G \approx aN^{1/2}$ (more accurate formula is $R_G \approx aN^{3/5}$);

$N = M / M_0$ - the number of links of the macromolecule;

M, M_0 - molecular weight of macromolecule and monomer, kg / kmol;

a - monomer length;

Ω_T - a parameter depending on the type of polymer and solvent (based on processing experimental data of various authors on polyethylene oxide $\Omega_T = 4,4 \cdot 10^6$).

Some results

Currently, there is little information about experiments with polymer additives in rough pipes [1, 3, 5].

From the indicated experimental data it follows that at high Reynolds numbers the hydraulic efficiency of polymers

$DR = \frac{\lambda_0 - \lambda_p}{\lambda_0} = \frac{f_0 - f_p}{f_0}$ in rough pipes decreases.

From the analysis of the calculated data obtained according to the equations of M. Poreh [16] and V.A. Ioselevich, V.N. Pilipenko [17], it follows that these models qualitatively describe this circumstance.

Speaking about a model of Hansen [22] and Yu.A. Altshul [23], then, at $Re \rightarrow \infty$ $DR(Re, \varepsilon) \rightarrow 0$, which is the first evidence of the inadequacy of this model.

As an evidence of this circumstance, we present the calculated data for the experiments of J.G. Spangler [1] (Figure 1) and calculated data on a real oil pipeline (Figure 2).

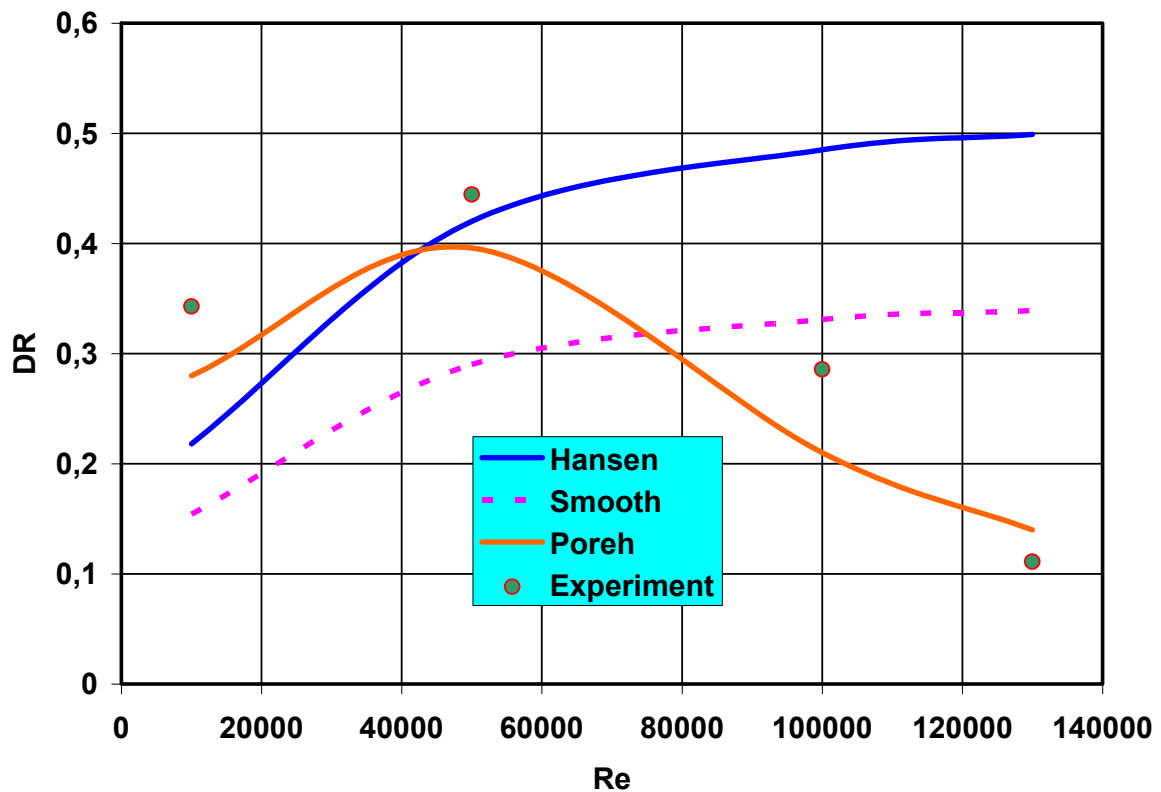


Рисунок 1. Экспериментальные данные J.G. Spangler [1] и расчетные данные по гидравлической эффективности полимерных добавок в шероховатых трубах по методикам М. Poreh [16] и Hansen-Altshul [22, 23]. Расчетные данные по гладкой трубе приводятся для сравнения. Диаметр трубы 0,0295 м. Размер шероховатости 0,0004 м

Figure 1. Experimental data of J.G. Spangler [1] and calculated data on the hydraulic efficiency of polymer additives in rough pipes according to the methods of M. Poreh [16] and Hansen-Altshul [22, 23]. Smooth pipe design data are provided for comparison. Pipe diameter 0.0295 m. Roughness size 0.0004 m

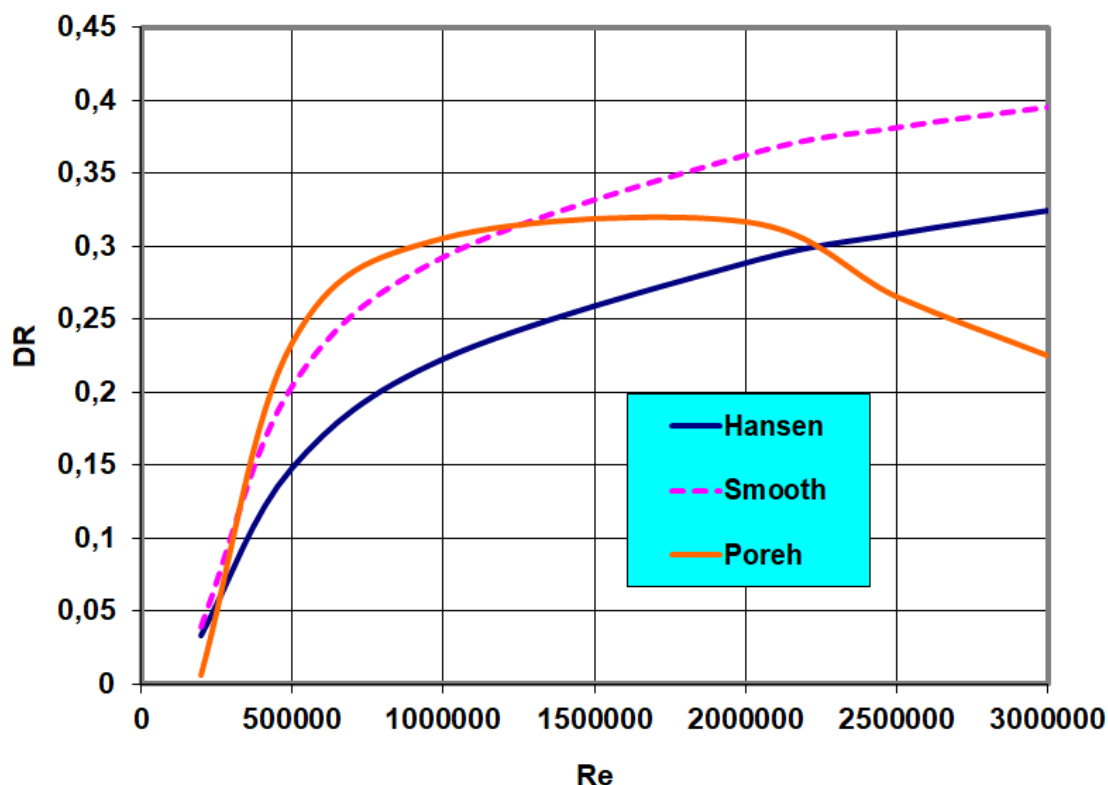


Рисунок 2. Расчетные данные по гидравлической эффективности полимерных добавок в шероховатых трубах по методикам М. Poreh [16] и Hansen-Altshul [22, 23]. Расчетные данные по гладкой трубе приводятся для сравнения. Диаметр трубы 0,6 м. Размер шероховатости 0,0004 м

Figure 2. The calculated data on the hydraulic efficiency of polymer additives in rough pipes according to the methods of M. Poreh [16] and Hansen-Altshul [22, 23]. Smooth pipe design data are provided for comparison. The diameter of the pipe is 0.6 m. The roughness is 0.0004 m

На рисунке 1 расчетные данные по методике М. Poreh [16] DR_{Por} хорошо согласуются с экспериментальными данными J.G. Spangler [1]. При этом имеется тенденция $DR_{Por} \rightarrow 0$ при $Re \rightarrow \infty$.

Расчетные данные по методике Hansen и Ю.А. Альтшуля [22, 23] сильно расходятся с экспериментальными данными (до 50 %).

In Figure 1, the data calculated by the method of M. Poreh [16] DR_{Por} are in good agreement with the experimental data of J.G. Spangler [1]. There is a tendency $DR_{Por} \rightarrow 0$ at $Re \rightarrow \infty$.

The calculated data according to the method of Hansen and Yu.A. Altshul [22, 23] strongly disagree with experimental data (up to 50 %).

На рисунке 2 приведены расчетные данные по гидравлической эффективности полимерной добавки на реальном нефтепроводе по методике М. Порех [16] DR_{Por} и методике Хансен и Ю.А. Альтшуля [22, 23] DR_{Han} . При этом имеется тенденция $\psi_{Han} \rightarrow 0$ при $Re \rightarrow \infty$. Расхождение составляет до 15 %.

Выводы

1. Проведен обзор работ по оценке снижения гидравлического сопротивления полимерными добавками в шероховатых трубах.

2. Проведен сравнительный анализ расчета гидравлической эффективности полимерных добавок при течении ньютоновских жидкостей в шероховатых трубах по существующим методикам и имеющимся в литературе экспериментальным данным.

3. Наилучшие результаты дают формулы М. Пореха, В.А. Иоселевича и В.Н. Пилипенко. Что касается формулы Альтшуля-Хансена, то ее использование приводит к большим качественным и количественным ошибкам. Для дальнейших исследований необходимо проведение лабораторных испытаний на лабораторных стендах с шероховатыми трубами и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, полученными на промышленных нефтепродуктопроводах.

Публикация подготовлена в рамках выполнения государственного задания Государственного автономного научного учреждения «Институт стратегических исследований Республики Башкортостан» за 2019 г. № 09/06.

Список литературы

1. Spangler J.G. Studies of Viscous Drag Reduction with Polymers Including Turbulence Measurements and Roughness Effects // *Viscous Drag Reduction*. Boston: Springer, 1969. P. 131-157.

Figure 2 shows the calculated data on the hydraulic efficiency of the polymer additive in a real oil pipeline according to the method of M. Poreh [16] DR_{Por} and the method of Hansen and Yu.A. Altshul [22, 23] DR_{Han} . There is a tendency $\psi_{Han} \rightarrow 0$ at $Re \rightarrow \infty$. The discrepancy is up to 15 %.

Conclusions

1. A review of the works on the estimation of a decrease in hydraulic resistance by polymer additives in rough pipes was carried out.

2. A comparative analysis of the calculation of the hydraulic efficiency of polymer additives for Newtonian fluids flow in rough pipes was carried out according to existing methods and experimental data available in the literature.

3. The best results are given by the formulas of M. Poreh, V.A. Ioselevich, and V.N. Pilipenko. As far as the Altschul-Hansen formula is concerned, its use leads to large qualitative and quantitative errors. For further research, it is necessary to conduct laboratory tests on laboratory stands with rough pipes and compare the results with experimental data obtained on industrial oil pipelines.

The publication has been prepared within the framework of the fulfillment of the state task of the Institute of Strategic Researches of Bashkortostan Republic, State Autonomous Scientific Department, for 2019 № 09/06.

References

1. Spangler J.G. Studies of Viscous Drag Reduction with Polymers Including Turbulence Measurements and Roughness Effects. *Viscous Drag Reduction*. Boston, Springer, 1969, pp. 131-157.

2. Brandt H., McDonald A.T., Boyle D.W. Turbulent Skin Friction of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes // *Viscous Drag Reduction*. Boston: Springer, 1969. P. 159-171.
3. Virk P.S. Drag Reduction in Rough Pipes // *Journal of Fluid Mechanics*. 1971. Vol. 45. No. 2. P. 225-246. DOI: 10.1017/S0022112071000028.
4. Иванюта Ю.Ф., Чекалова Л.А. Турбулентные течения полимеров в трубе с большой шероховатостью поверхности // *Инженерно-физический журнал*. 1976. Т. 31. № 2. С. 225-230.
5. Debrule P.M., Sabersky R.H. Heat Transfer and Friction Coefficients in Smooth and Rough Tubes with Dilute Polymer Solutions // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1974. Vol. 17. P. 529-540.
6. Rozanski J. Flow of Drag-Reducing Surfactant Solutions in Rough Pipes // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2011. Vol. 642. P. 279-288.
7. Koury E., Virk P.S. Drag Reduction by Polymer Solutions in a Riblet-Lined Pipe // *Applied Scientific Research*. 1995. Vol. 54. P. 323-347.
8. Bewersdorff H-W., Petersmann A. Drag Reduction in Artificially Roughened Pipes // *Chemical Engineering Communications*. 1987. Vol. 60. P. 293-309.
9. Bewersdorff H-W., Thiel H. Turbulence Structure of Dilute Polymer and Surfactant Solutions in Artificially Roughened Pipes // *Applied Scientific Research*. 1993. Vol. 50. No. 3-4. P. 347-368.
10. Huang C., Wei J. Experimental Study on the Collaborative Drag Reduction Performance of a Surfactant Solution in Grooved Channels // *Brazilian Journal of Chemical Engineering*. 2017. Vol. 34. No. 1. P. 159-170.
11. Colebrook C., White C. Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes // *Proceedings of the Royal Society A*. 1937. Vol. 161. P. 376-381.
12. Brkic D. A Note on Explicit Approximations to Colebrook's Friction Factor in Rough Pipes under Highly Turbulent Cases // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 93. P. 513-515.
13. Virk P.S. Drag Reduction Fundamentals // *AIChE Journal*. 1975. Vol. 21. No. 4. P. 625-656.
14. Nikuradse J. *Laws of Flow in Rough Pipes*. Technical Memorandum. NACA-TM-1292. 1950.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 528 с.
16. Poreh M. Flow of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes // *Journal of Hydronautics*. 1970. Vol. 4. No. 4. P. 151-155.
17. Иоселевич В.А., Пилипенко В.Н. Логарифмический профиль скорости при течении слабого полимерного раствора у шероховатой поверхности // *Доклады АН СССР*. 1973. Т. 213. № 6. С. 1266-1269.
18. Васецкая Н.Г., Иоселевич В.А. О построении полуэмпирической теории турбулентности слабых растворов полимеров // *Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа*. 1970. № 2. С. 136-146.
19. Седов Л.И., Васецкая Н.Г., Иоселевич В.А. О расчетах турбулентных пограничных слоев с малыми добавками полимеров // *Турбулентные течения*. М.: Наука, 1974. С. 205-219.
2. Brandt H., McDonald A.T., Boyle D.W. Turbulent Skin Friction of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes. *Viscous Drag Reduction*. Boston, Springer, 1969, pp. 159-171.
3. Virk P.S. Drag Reduction in Rough Pipes. *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, Vol. 45, No. 2, pp. 225-246. DOI: 10.1017/S0022112071000028.
4. Ivanyuta Yu.F., Chekalova L.A. Turbulentnye techeniya polimerov v trube s bol'shoi sherokhovatost'yu poverkhnosti [Turbulent Polymer Flows in a Pipe with High Surface Roughness]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal - Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 1976, Vol. 31, No. 2, pp. 225-230. [in Russian].
5. Debrule P.M., Sabersky R.H. Heat Transfer and Friction Coefficients in Smooth and Rough Tubes with Dilute Polymer Solutions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1974, Vol. 17, pp. 529-540.
6. Rozanski J. Flow of Drag-Reducing Surfactant Solutions in Rough Pipes. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2011, Vol. 642, pp. 279-288.
7. Koury E., Virk P.S. Drag Reduction by Polymer Solutions in a Riblet-Lined Pipe. *Applied Scientific Research*, 1995, Vol. 54, pp. 323-347.
8. Bewersdorff H-W., Petersmann A. Drag Reduction in Artificially Roughened Pipes. *Chemical Engineering Communications*, 1987, Vol. 60, pp. 293-309.
9. Bewersdorff H-W., Thiel H. Turbulence Structure of Dilute Polymer and Surfactant Solutions in Artificially Roughened Pipes. *Applied Scientific Research*, 1993, Vol. 50, No. 3-4, pp. 347-368.
10. Huang C., Wei J. Experimental Study on the Collaborative Drag Reduction Performance of a Surfactant Solution in Grooved Channels. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 2017, Vol. 34, No. 1, pp. 159-170.
11. Colebrook C., White C. Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes. *Proceedings of the Royal Society A*, 1937, Vol. 161, pp. 376-381.
12. Brkic D. A Note on Explicit Approximations to Colebrook's Friction Factor in Rough Pipes under Highly Turbulent Cases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, Vol. 93, pp. 513-515.
13. Virk P.S. Drag Reduction Fundamentals. *AIChE Journal*, 1975, Vol. 21, No. 4, pp. 625-656.
14. Nikuradse J. *Laws of Flow in Rough Pipes*. Technical Memorandum. NACA-TM-1292. 1950.
15. Shlikhting G. *Teoriya pogranichnogo sloya* [The Theory of the Boundary Layer]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 528 p. [in Russian].
16. Poreh M. Flow of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes. *Journal of Hydronautics*, 1970, Vol. 4, No. 4, pp. 151-155.
17. Ioselevich V.A., Pilipenko V.N. Logarifmicheskii profil' skorosti pri techenii slabogo polimernogo rastvora u sherokhovatoi poverkhnosti [Logarithmic Velocity Profile for the Flow of a Weak Polymer Solution at a Rough Surface]. *Doklady AN SSSR - Soviet Physics. Doklady*, 1973, Vol. 213, No. 6, pp. 1266-1269. [in Russian].
18. Vasetskaya N.G., Ioselevich V.A. O postroenii poluempiricheskoi teorii turbulentskoi slabikh rastvorov polimerov [On the Construction of a Semiempirical Theory of Turbulence in Weak Poly-

20. Голунов Н.Н. Гидродинамическое обоснование использования теории Кармана для расчета гидравлического сопротивления шероховатых трубопроводов в присутствии противотурбулентных добавок // Территория «Нефтегаз». 2018. № 10. С. 66-70.

21. Yang S., Dou G. Turbulent Drag Reduction with Polymer Additive in Rough Pipes // *Journal of Fluid Mechanics*. 2010. Vol. 642. P. 279-294.

22. Pat. 8321190 USA, E 21 B 43/00. Flow Simulation in Well or Pipe / J.H. Hansen, K. Mogensen. US 20090294122 A1. Publication Date 03.12.2009.

23. Альтшуль Ю.А. Снижение гидравлических сопротивлений трубопроводов, транспортирующих воду // Водоснабжение и сантехника. 1973. № 5. С. 5-8.

24. Wojs K. Laminar and Turbulent Flow of Dilute Polymer Solutions in Smooth and Rough Pipes // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1993. Vol. 48. No. 3. P. 337-355.

25. Fabula A.G., Nelson D.M. Comment on «Flow of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes» // *Journal of Hydronautics*. 1971. Vol. 5. No. 4. P. 153-155.

26. Poreh M. Flow of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes // *Journal of Hydronautics*. 1971. Vol. 4. P. 151-155. DOI:10.2514/3.62854.

mer Solutions]. *Izv. AN SSSR. Mekh. zhidkosti i gaza - Fluid Dynamics*, 1970, No. 2, pp. 136-146. [in Russian].

19. Sedov L.I., Vasetskaya N.G., Ioselevich V.A. O raschetakh turbulentnykh pogranichnykh sloev s malymi dobavkami polimerov [On Calculations of Turbulent Boundary Layers with Small Polymer Additives]. *Turbulentnye techeniya* [Turbulent Flow]. Moscow, Nauka Publ., 1974, pp. 205-219. [in Russian].

20. Golunov N.N. Gidrodinamicheskoe obosnovanie ispol'zovaniya teorii Karmana dlya rascheta gidravlicheskogo soprotivleniya sherokhovatykh truboprovodov v prisutstvii protivoturbulentnykh dobavok [Hydrodynamic Justification of the Use of the Karman's Theory for the Calculation of Hydraulic Resistance of Pipelines with Rough Walls in the Presence of Drag Reducing Agents]. *Territoriya «Neftegaz» - Oil and Gas Territory*, 2018, No. 10, pp. 66-70. [in Russian].

21. Yang S., Dou G. Turbulent Drag Reduction with Polymer Additive in Rough Pipes. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, Vol. 642, pp. 279-294.

22. Hansen J.H., Mogensen K. *Flow Simulation in Well or Pipe*. Patent USA, No. 8321190, 2009.

23. Altshul Yu.A. Snizhenie gidravlicheskikh soprotivlenii truboprovodov, transportiruyushchikh vodu [The Reduction of Hydraulic Resistance of Pipelines, Transporting Water]. *Vodosnabzhenie i santekhnika - Water Supply and Sanitary Technique*, 1973, No. 5, pp. 5-8. [in Russian].

24. Wojs K. Laminar and Turbulent Flow of Dilute Polymer Solutions in Smooth and Rough Pipes. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 1993, Vol. 48, No. 3, pp. 337-355.

25. Fabula A.G., Nelson D.M. Comment on «Flow of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes». *Journal of Hydronautics*, 1971, Vol. 5, No. 4, pp. 153-155.

26. Poreh M. Flow of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes. *Journal of Hydronautics*, 1971, Vol. 4, pp. 151-155. DOI:10.2514/3.62854.

Автор

• Шагиев Рустам Гиндуллович, канд. техн. наук
Государственное автономное научное учреждение «Институт стратегических исследований Республики Башкортостан»
Лаборатория нефтегазовых исследований
Центра реального сектора экономики
Ведущий научный сотрудник
Российская Федерация, 450075, г. Уфа,
пр. Октября, 129/3
тел. (347) 284-36-95
e-mail: rggshag@mail.ru

The Author

• Shagiev Rustam G., Candidate of Engineering Sciences
Institute of Strategic Researches
of Bashkortostan Republic,
State Autonomous Scientific Department
Oil and Gas Research Laboratory
Centre Real Sector of Economics
Leading Researcher
129/3, October ave., Ufa, 450075,
Russian Federation
tel: (347) 284-36-95
e-mail: rggshag@mail.ru